Resultierende Kräfte

1 Globale Größen

Um die resultierende Kraft eines Körpers zu berechnen, umgeben wir den Körper mit einer Hülle $\mathscr{V}_1$. Die nähere Umgebung des Körpers sei materiefrei und $\mathscr{V}_1$ verlaufe ganz in diesem leeren Raum. Die Hülle kann auch ganz auf den Körper zusammengezogen werden.

Für ein vollständiges System gilt

$$\dot{\vec{G}}(\mathscr{V}_1) + \vec{P}(\mathscr{V}_1) = 0 \ , \tag{1}$$

und eine Aufspaltung in ein materielles (m) und ein elektromagnetisches System (e) liefert

$$\dot{\vec{G}}^m(\mathscr{V}_1) + \dot{\vec{G}}^e(\mathscr{V}_1) + \vec{P}^m(\mathscr{V}_1) + \vec{P}^e(\mathscr{V}_1) = 0 \ . \tag{2}$$

Nun kann über das materielle Teilsystem kein Impuls übertragen werden (die Hülle verläuft im materiefreien Raum), daher ist der materielle Impulsfluss $\vec{P}^m$ gleich null. Der elektromagnetische Impulsinhalt $\vec{G}^e$ ist zwar nicht null, aber extrem klein und kann daher null gesetzt werden (Siehe Gl. (2.113) im Skript). Übrig bleibt daher

$$\dot{\vec{G}}^m(\mathscr{V}_1) + \vec{P}^e(\mathscr{V}_1) = 0 \ , \tag{3}$$

wodurch der Vektor der resultierenden Kraft

$$\vec{F}^e_R := \dot{\vec{G}}^m(\mathscr{V}_1) = -\vec{P}^e(\mathscr{V}_1) = -\int_{\partial\mathscr{V}_1} \vec{n} \cdot \underset{\sim}{p}^e \mathrm{d}A \tag{4}$$

definiert wird.

2 Lokale Größen

Wir gehen von der lokalen Impulserhaltungsgleichung aus und spalten diese in ein materielles und ein elektromagnetisches Teilsystem auf.

$$\partial_t(\vec{g}^m + \vec{g}^e) + \nabla \cdot (\underset{\sim}{p}^m + \underset{\sim}{p}^e) = 0 \tag{5}$$

$$\partial_t\vec{g}^m + \partial_t\vec{g}^e + \nabla \cdot \underset{\sim}{p}^m + \nabla \cdot \underset{\sim}{p}^e = 0 \tag{6}$$

Da der Rand des Volumens $\mathscr{V}_1$ im vollständig materiefreien Raum verläuft, ist die materielle Impulsflussdichte durch die Fläche $\underset{\sim}{p}^m$ null. Die lokale elektromagnetische Impulsdichte $\vec{g}^e$ ist extrem klein und kann null gesetzt werden. Die verbleibenden Terme

$$\partial_t \vec{g}^m = -\nabla \cdot \underset{\sim}{p}^e \tag{7}$$

definieren nach Integration über das Volumen $\mathscr{V}_1$ den resultierenden Kraftvektor

$$\vec{F}_R^e := \partial_t \int_{\mathscr{V}_1} \vec{g}^m \mathrm{d}V = \dot{\vec{G}}^m(\mathscr{V}_1) = -\int_{\mathscr{V}_1} \nabla \cdot \underset{\sim}{p}^e \mathrm{d}V = -\int_{\partial \mathscr{V}_1} \vec{n} \cdot \underset{\sim}{p}^e \mathrm{d}A \tag{8}$$