

# Wellenausbreitung

---

## Kontrollfragen - Formeln

---

© Florian Xaver 2005  
Matr.: 0225895  
E-Mail: [flox@drdos.org](mailto:flox@drdos.org)  
Technische Universität Wien  
Version 25. Februar 2005  
1.3

---

## Vorwort

Falls ihr bessere Antworten, neue Fragen oder Formeln habts, schreibt mir ! :-)

*Status: 67 Fragen, 3 vermutlich oder teilweise richtig (gekennzeichnet: ??)*

## Richtlinien

Im Skriptum ist symbolmäßig der Unterschied zwischen verschiedenen nicht-ohmschen Widerständen nicht ganz verständlich. Somit habe ich für den **Wellenwiderstand**  $\eta$  gewählt anstatt des üblichen  $Z_w$  (siehe ET1, ET2, Elektrodynamik) und für die **Feldwellenwiderstände und Leitungswiderstände**  $Z_w$  bzw.  $Z_l$ <sup>1</sup>. Auch für das Symbol der **Stromdichte** werden verschiedene Symbole verwendet. In dieser Zusammenfassung wird  $J$  geschrieben. Anstatt  $\sigma$  wie im Skriptum verwende ich  $\gamma$  für die **Spezifische Leitfähigkeit**.

## Formeln

Einige Formeln stehen nicht in der offiziellen Formelsammlung. Die wichtigsten habe ich hier zusammengefasst!

**Wellenansatz:**

$$\vec{E} = E e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} \vec{e}$$

**Momentanwert der Welle**

$$E(t) = \Re[E_0 e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{j\omega t}]$$

$$\implies E(t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \text{ bei der Ausbreitung in Richtung } z$$

**Maxwellgleichungen:**

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times E &= -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}\end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>Näheres Seite 8, Kontrollfrage 19

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}$$

**Kontinuitätsgleichung:**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \rho = 0$$

**Dielektrische Relaxationszeit:**  $\tau_D = \frac{\varepsilon}{\gamma}$  wobei bei Zeiten  $\gg \tau_D$  Ladungsfreiheit gilt:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$

**Homogene Wellengleichung/Helmholtzgleichung:**

$$\nabla^2 \vec{\psi} + \omega^2 \mu \delta \vec{\psi} = 0$$

Setzen wir ein (z.B.: eine E- oder H-Welle) und lösen die partielle Differentialgleichung erhalten wir die

**Separationsbedingung:**

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2 \mu \delta$$

$$\kappa^2 = k^2 - k_z^2$$

**Separationsbedingung für Hohlleiter:**

$$\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2 = \omega^2 \mu \varepsilon$$

**Sprungbedingungen:**

$$\vec{n} \times \llbracket \vec{E} \rrbracket = \vec{0}$$

$$\vec{n} \times \llbracket \vec{H} \rrbracket = \vec{K}$$

$$\vec{n} \cdot \llbracket \vec{D} \rrbracket = \sigma$$

$$\vec{n} \cdot \llbracket \vec{B} \rrbracket = 0$$

**Satz von Poynting:**

**Komplexer Poyntingvektor:**

$$\vec{T} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^*$$

**Feldwellenwiderstand der HEW bzw. Wellenwiderstand des Mediums:**

$$\underbrace{Z_w}_{\text{Feldwellenwid.}} = \underbrace{\eta}_{\text{Wellenwid.d.Mediums}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \underbrace{\frac{E_x}{H_y}}_{\text{TE-Welle}} = \underbrace{-\frac{E_y}{H_x}}_{\text{TM-Welle}}$$

*Der Feldwellenwiderstand eines Wellentyps (Modus) ist ein Produkt aus einem Geometriefaktor und dem Wellenwiderstand eines Mediums! (Nähere Infos auf Seite 8, Kontrollfrage 19)*

**Mikrostreifenleiter:**

$$Z_w = \frac{Z_l}{\sqrt{\mu_{eff}}}$$

**Energiedichte:**

$$w_e = \frac{\varepsilon E^2}{2} = \frac{\varepsilon(E_x^2 + E_y^2)}{2}$$

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{\mu(H_x^2 + H_y^2)}{2}$$

**Wellenzahl**  $[k] = 1 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$  :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega \sqrt{\mu\varepsilon} = \omega \sqrt{\mu\delta} \text{ wobei } \delta = \underbrace{\varepsilon + j\frac{\gamma}{\omega}}_{\text{Ladungsverluste}} = \underbrace{\varepsilon' + j\varepsilon''}_{\text{Umpolarisierungsverluste}}$$

$$\text{bzw. allgemein: } jk = \underbrace{\alpha}_{\text{Dämpfung}} + j\beta$$

$$k_z = \frac{\omega}{c}$$

$$s = \frac{\gamma}{\varepsilon\omega} = \tan \Theta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$$

*Wellenzahl = räumliche Periodizität einer Welle*  
*Kreisfrequenz = zeitliche Periodizität einer Welle*

**Hüllkurve:**  $|E|^2 = E \cdot E^*$

**Polarisation** gibt die Richtung des E-Feldes an!

**Leitungswellenwiderstand der Parallelplattenleitung:**

$$Z_{w,pv} = \eta \frac{d}{w}$$

**Eindringtiefe** ist die Tiefe im Quasileiter, in der die Feldstärke auf den  $e^{-1}$ -fachen Wert gesunken ist:

$$d = 1/\alpha \approx \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}}$$

**Äquivalenter Raumwinkel:**

$$\Omega_{\vec{a}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |f|^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

**Direktive:**  $D = \frac{4\pi}{\Omega_{\vec{a}}} = e_{DUT}^{-1} G_{ISO}$

**Antennengewinn:**  $G_{ISO} = \frac{4\pi}{\lambda^2} Ae$

**Leistung:**

$$\vec{P} = \int_A \Re[\vec{T}] dA$$

**Relative Bandbreite:**  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 1/Q$

**Logarithmische Leistungsdarstellung:**  $P_{dBm} = 10 \log \frac{P}{1mW}$

$Z_A$  in der Fernzone kann man gut angenähert als  $\Im[Z_A]$  annehmen.

$$R_A = \frac{2}{3} \pi \eta \frac{\overbrace{s^2}^{\text{Dipollänge}}}{\lambda^2}$$

$$EIRP = P_L G_{ISO}$$

**Zusammenhang Fläche zu Gewinn bei der Antenne:**  $G_{ISO} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e$

**Systemwert** hängt nur von den verwendeten Geräten ab und ist folgend definiert:  $L_s = 10 \log \frac{P_s}{P_n} = L[dB] + SNR_{min}[dB]$

**Gewinumrechnung:**  $G_{HD} = \frac{2}{3} G_{ISO}$

$$r_R = \frac{2}{\lambda} \frac{\overbrace{D^2}^{\text{Antennenquerabmessung}}}{\lambda} + \lambda$$

## Kontrollfragen

1. Woraus folgen: *Reflexionsgesetz, Brechungsgesetz, Brechungswinkel* und *Fresnelsche Formeln*?

*Antwort:* Aus den Sprungbedingungen und der Maxwell-Gleichung.

2. Schreiben Sie die Ausbreitungsterme auf für *fortschreitende, stehende und gedämpft fortschreitende* Welle auf!

*Antwort:*

Fortschreitende:  $e^{-jk_z z}$ ,  $e^{+jk_z z}$

Stehende:  $\cos k_x x$

Gedämpfte Fortschreitende:  $e^{-jk_z z} e^{-\alpha z}$ ,  $e^{+jk_z z} e^{+\alpha z}$

3. Wie sehen Ausbreitungsterm, Dämpfungsterm und gedämpfte Ausbreitung aus?

*Antwort:*

Ausbreitungsterm:  $e^{-jk_z z}$ ,  $e^{+jk_z z}$ ,  $k$  reell

Dämpfungsterm:  $e^{-\alpha z}$ ,  $\alpha$  reell

gedämpfte Ausbreitung:  $e^{-jk_z z}$ ,  $k_z$  komplex

4. Was ist eine HEW und unter welchen Bedingungen tritt sie auf?

*Antwort:*

Eine HEW ist eine homogene ebene Welle, sie hat flächen konstanter Phase, die parallel zueinander sind.

(a) Quelle unendlichweit entfernt

(b) immer schon eingeschaltet

(c) mit  $e^{-j(\omega t - kx)}$  beschreibbar

5. Gibt es einfacher Wellen als HEW?

*Antwort:* Nein.

??

6. Gibt es Felder im idealen Leiter?

*Antwort:* Kein  $E$ -Feld,  $H$  Feld kann es geben!

7. Grundmodus des Parallelplattenleiters?

*Antwort:* Der Grundmodus der Parallelplattenleitung ist die TEM-Welle mit einer Grenzfrequenz von 0 Hz (TEM-Welle).

8. Wie viele Moden gibt es?

*Antwort:* Unendlich viele!

9. Was muss gelten?

*Antwort:* Quellenfreiheit, harmonische Schwingungen

10. Quasileiter, Quasidielektrikum?

*Antwort:*

Beim Quasileiter ist das  $\varepsilon$  klein ( $Q \ll 1, s \gg 1$ )

Beim Quasidielektrikum ist das  $\gamma$  klein ( $Q \gg 1, s \ll 1$ )

11. Was sind primäre und sekundäre Lösungen?

*Antwort:*

primär:  $f, \gamma, \mu, \varepsilon$

sekundär:  $k, \lambda, \eta$

12. Dispersion?

*Antwort:* Skriptum Seite 65, Bild 6.7

$\omega$  über  $k$  Diagramm, Frequenzabhängigkeit

13. Welcher Modus ist dispersionsfrei?

*Antwort:* Der  $H_{10}$ -Modus hat die geringste Dispersion und nähert sich mit steigender Frequenz der HEW-Welle an.

??



- 
14. Wodurch Verluste bei Oberflächenwellen?

*Antwort:*  $\gamma$

15. Was ist Entartung?

*Antwort:* Gleiche Ausbreitungseigenschaften, unterschiedliche Feldbilder  $E_x \neq E_y$

16. Gruppengeschwindigkeit?

*Antwort:*  $v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$

17. Phasengeschwindigkeit?

*Antwort:*  $v_{ph} = \frac{\omega}{k}$

18. Feldwellenwiderstand?

*Antwort:*  $Z_w = \eta = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x}$

19. Was ist der Unterschied zwischen *Feldwellenwiderstand*, *Mediumswellenwiderstand* und *Leitungswellenwiderstand*

*Antwort:* Der Feldwellenwiderstand ist der Mediumswiderstand einer Welle, der Leitungswellenwiderstand ist der Mediumswiderstand der Leitung. Bei Leitungswiderstand geht die Geometrie der Leitung mit ein in die Rechnung.

20. Was sind *Modale Lösungen*?

*Antwort:* Maxwell'schen Rotorgleichungen, in kartesischen Koordinaten, unter Annahmen der Wellenausbreitung in z-Richtung. Dazu wird auch noch die Formel  $\kappa = k^2 - k_z^2$  verwendet. Siehe offizielle Formelsammlung bzw. Skriptum Seite 22.

21. Unterschied Freiraum-/geführte Welle?

*Antwort:* Bei der Geführten sind Randbedingungen zu Berücksichtigen.

22. Wieviele Komponenten hat eine HEW?

*Antwort:* 2

23. Power Loss Methode?

*Antwort:* Die Feldverteilung wird unter Vernachlässigung der Verluste berechnet, und daraus die Verlustleistung ermittelt. Man nimmt also an, dass die Verluste die Feldverteilung nicht beeinflussen.

24. Wie lautet die Grenzwellenlänge des  $H_{10}$ -Modus?

*Antwort:*

$$\lambda_G = \frac{2a}{\underbrace{m}_{m=1}} = 2 \underbrace{a}_{\text{Hohlleiterbreite}}$$

25. Wie sieht das Wellenbild der  $H_{10}$ -Welle etwa aus?

*Antwort:* Skriptum Seite 64, Abbildung 6.6

26. Kochrezept für Analyse eines Wellenleiters?

*Antwort:*

- (a) Ansatz der Welle in Ausbreitungsrichtung, TE oder TM
- (b) In Wellengleichung einsetzen  $\rightarrow$  Separationsbedingung
- (c) Modale Lösungen
- (d) Feldbild
- (e) Powerloss-Methode

27. Was ist der Grundmodus?

*Antwort:* Modus mit der kleinsten Grenzfrequenz

28. Eindringtiefe?

*Antwort:*  $d = \frac{1}{\alpha} \approx \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}}$

29. Stehende Welle?

*Antwort:*  $\psi(z) = A \cos(kz)$ ...k reell

Bei Hohlleitern: Bringt man einen perfekten Kurzschluss an, wird die Welle mit der gleichen Amplitude in sich selbst reflektiert, es entsteht eine stehende Welle. In den ortsfesten Knotenebenen kann man Kurzschluss Ebenen anbringen ohne dass sich etwas verändert.

30. Wann gelten Modale Lösungen?

*Antwort:*

- (a) Quellenfreiheit
- (b) Ausbreitung in z-Richtung
- (c) Falls nicht: Superposition

31. Vorteile eines Streifenleiters.

*Antwort:* miniaturisierbar, billig, große Bandbreite

32. Nachteile eines Streifenleiters.

*Antwort:* große Dämpfung, kleine Güte, Übersprechen

33. Wann ist eine TEM-Welle ausbreitungsfähig?

*Antwort:* in Leitungen mit doppeltem Querschnitt.

34.  $\frac{w}{h} \rightarrow \infty$  ?

*Antwort:* Parallelplattenleitung

35. Welche Verluste gibt es mit PLM?

*Antwort:* Joule-Verluste, keine elektrische Verluste

36. Wie definiert man einen Antennengewinn?

*Antwort:*

Prinzipiell:  $G = \frac{|E_{DUT}|^2}{|E_{REF}|^2}$

Falls  $|E|$  fix ist, dann  $G = \frac{P_{REF}}{P_{DUT}}$

Der Gewinn ist immer als ein Verhältnis definiert. Bezugsgrößen sind gelegentlich der Hertz'sche Dipol, meist allerdings der Halbwellendipol. Formel für den Gewinn<sup>2</sup>:

$$G = \frac{P_{L,REF}}{P_{L,DUT}} * \frac{|E_{DUT}|_{max}^2}{|E_{REF}|_{max}^2}$$

37. Wie könnte man den Gewinn messen?

*Antwort:* Man sende erst mit der Bezugsantenne, dann mit der zu messenden Antenne vom selben Platz aus in einigem Abstand zur Empfangsantenne. Die verschiedenen Feldstärken kann man in die obige Formel einsetzen. Eine andere Möglichkeit wäre den Generator bei beiden Antennen so einzustellen, dass die Feldstärke beim Empfänger gleich bleibt. Dann ergibt sich der Gewinn aus dem Verhältnis der beiden Leistungen.

38. Im Vergleich zu welcher Referenzgröße müssen wirksame Flächengrößen sein?

*Antwort:* Min. Länge  $\frac{\lambda}{10}$

39. Welche Stromdichten gibt es?

*Antwort:* Leitungs- und Konvektionsstromdichten

40. Was bedeutet Resonanz bzw. Resonator?

*Antwort:* Bringt man an einen Hohlleiter einen perfekten Kurzschluss an entsteht eine stehende Welle, da die Amplitude in sich selbst reflektiert wird. In den ortsfesten Kurzschlüssen Knotenebenen können weitere Kurzschlussebenen angebracht werden, ohne dass sich was ändert.

$TE_{mnp}$ -Fall: m oder n darf 0 sein,  $p \neq 0$

$TM_{mnp}$ -Fall: m und n ungleich 0 sein,  $p = 0$

??

---

<sup>2</sup>L...Last, steht für die Antenne

41. Vorteile und Nachteile von Streifenleitern?

*Antwort:*

Vorteile: hervorragende Miniaturisierbarkeit und integrierbarkeit, große Bandbreite, geringes Gewicht

Nachteile: hohe Leitungsdämpfung, geringe Leistungsübertragung, niedrige Resonatorgüte

42. Was ist eine Mikrostreifenleitung?

*Antwort:* Auch Microstrip genannt ist eine erdunsymmetrische, offene Streifenleitung (Masse auf typisch auf der Unterseite). Sie ist der bei integrierten Mikrowellschaltungen vorherrschende Leitungstyp. TEM-Wellen sind ausbreitungsfähig.

43. Was ist eine Triplateleitung?

*Antwort:* Eine Triplateleitung ist umgeben von Masseleitungen (geschirmte Bauweise, geringe Dispersion).

44. Wobei dient uns das Vektorpotential  $A$  als Hilfsgröße?

*Antwort:* Es sind Vereinfachungen/Näherungen möglich, da man den Ursprung an den Rand des Quellgebietes legen kann (Bild 10.2 auf Seite 110). Die Entfernung, ab der die Fernfeldnäherungen legitim sind heißt **Rayleighdistanz**:

$$r_R = \frac{2 \overbrace{D^2}^{\text{Antennenquerabmessung}}}{\lambda} + \lambda$$

45. Was ist der Zusammenhang zwischen  $G_{ISO}$  und  $D^3$ ?

*Antwort:*  $G_{ISO} = e_{DUT} * D$

46. Was ist der Wertebereich der Kugelkoordinaten?

*Antwort:*  $\vartheta \in [0, \pi]$  und  $\varrho \in [0, 2\pi]$

---

<sup>3</sup>D...maximale Antennenausdehnung

47. Was ist der Brewster-Winkel?

*Antwort:* Bezeichnet den Winkel im *TM-Fall*, bei dem die Welle an einer Grenzfläche nicht reflektiert wird, sondern die ganze Leistung transmittiert.

48. Wie viele HEWs sind im freien Raum ausbreitungsfähig?

*Antwort:* Prinzipiell  $\infty$ , können aber auf 2 linear polarisierte orthogonal zueinander HEWs zurückgeführt werden.

49. Wo kann eine HEW auftreten?

*Antwort:* Kugelwelle, weit weg von einer Quelle.

50. Welche 3 Bedingungen müssen für eine zirkulare Polarisation gelten?

*Antwort:* Amplituden gleich (ansonst elliptisch), normal aufeinander, Phasenverschiebung 90

51. Wann ist eine Grenzfläche glatt?

*Antwort:* Wenn die Wellenlänge groß gegenüber der Rauigkeit ist.

52. Welche 2 ausgezeichneten Winkel gibt es?

*Antwort:*

TM: Brewster Winkel, Grenzwinkel der Transmission (dünn → dichtes Medium)

TM, TE: Grenzwinkel der Totalreflexion (dichtes → dünnes Medium)

53. Wie kann aus einer fiktiven HEW eine TEM erzeugt werden?

*Antwort:* Man benötigt Ränder für eine HEW: Parallelplattenleitung

54. Wie berechnet man den Brewster-Winkel?

*Antwort:* Aus den Fresnellschen Formeln für den TM-Fall, der Zähler des Reflexionsfaktors wird 0 gesetzt.

55. Wie lautet der Grundmodus einer Parallelplattenleitung?

*Antwort:* TEM-Welle,  $m = 0$ , 0Hz

56. Wie groß muss der Plattenabstand sein, damit die Welle ausbreitungsfähig ist?

*Antwort:*  $d = m \frac{\lambda_0}{2 \cos \Theta_m}$

57. Was bedeutet es, wenn die Phasengeschwindigkeit gegen Unendlich geht?

*Antwort:* Gruppengeschwindigkeit muss gegen 0 gehen!  $c_0^2 = c_{ph}c_{gr}$

58. Wie viele Modenindizes gibt es beim Hohlleiter?

*Antwort:* 2. m,n für x,y Richtung

59. Was sagen die modalen Lösungen aus?

*Antwort:* Sind aus Maxwellgleichungen direkt abgeleitet, Transversalkomponenten können aus den Longitudinalkomponenten berechnet werden.

60. Unterschied Schwingkreis/Hohlraumresonator.

*Antwort:* Schwingkreis: 1 Resonatorfrequenz; Hohlraumresonator:  $\infty$

61. Hat eine ideal TEM eine Dispersion?

*Antwort:* Nein, da die Geschwindigkeit bei allen Frequenzen gleich ist.

62. Hat eine Welle auf einer Streifenleitung eine Dispersion?

*Antwort:* Ja, eine reale TEM-Welle hat Dispersion!

63. Wie lautet die Hohlleiterwellenlänge?

*Antwort:*  $\lambda_{H,m} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\frac{\lambda_0}{\lambda_{G,m}})^2}}$  wobei  $\lambda_{G,m} = \frac{2a}{m}$

Sie beschreibt die räumliche Periodizität in Ausbreitungsrichtung.

64. Polarisation: Arten, Erscheinungen, Erklärungen

Siehe Skriptum, dort ist es ausführlich erklärt.

65. Mikrostreifenleitung: Wie hängen die Verluste von der Frequenz ab?

*Antwort:*  $\alpha_L \propto \sqrt{\omega}$  und  $\alpha_L \propto \frac{1}{h}$  (h entspricht der Höhe).