EDYN Prüfung
29.11.2006

1) **Quellendichte von folgendem Ausdruck berechnen:**
   $(\vec{\nabla} f)\times(\vec{\nabla} g)$
   Lösung: $\vec{\nabla}\cdot\left[(\vec{\nabla} f)\times(\vec{\nabla} g)\right]=\vec{\nabla} g\cdot\left[\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla} f)\right]-\vec{\nabla} f\cdot\left[\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla} g)\right]=0$

2) **Kugel mit dem Radius a trägt eine homogen am Rand verteilte Ladung Q.**

   i Berechnen sie den Energieinhalt des statischen Feldes
   ii nehmen sie an, die Ladung Q sei als homogene Ladungsverteilung rho über das Kugelvolumen verteilt und berechnen sie jetzt den Energieinhalt. Ändert er sich und wie?

   Lösung:
   i: aus dem Satz vom Elektr. Hüllenfluss folgt sofort für E
   $E_\rho=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ **und daraus** $W_e=\int_V \frac{\varepsilon_0}{2}E^2\,dV=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_a^\infty \frac{1}{r^2}\,dr=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$
   ii: Kugelinneren gilt nun
   $E_\rho=\frac{r\varrho}{3\varepsilon}$ **und damit** $W_{e,innen}=\frac{2\varrho^2\pi}{9\varepsilon}\int_0^a r^4\,dr=\frac{2\pi}{45}\cdot\frac{\varrho^2 a^5}{\varepsilon}=\frac{Q^2}{5\cdot 8\pi\varepsilon a}$
   aussen bleibt die Energie gleich, dh die Gesamtenergie wird also um 1/5 erhöht.

3) **Es ist ein dickwandiger Hohlzylinder gegeben mit den beiden Radien. Dieser ist konst. in Alpha Richtung mit P polarisiert.**
   ges: alle Fiktiven Flächen- und Raumladungen.

   Lösung: überall null da die Divergenz verschwindet und es an keiner Randfläche eine Normalkomponente von P gibt

4) **Es ist ein langer Stab gegeben (die Achse des Stabes fällt mit der Z Achse zusammen) der in y Richtung starr polarisiert ist (Elektret). In einer normalen Umgebung werden sich nun Ladungen an diesem Stab anlagern und so die elektrische Feldstärke abschirmen (E=0 außerhalb). Berechnen sie die resultierende Flächenladungsdichte.**

   Lösung: Es muss gelten $\vec{P}=\vec{D}$ **und aus der Sprungbedingung für D:** $\vec{n}\cdot[[\vec{D}]]=\sigma$
   folgt für sigma: $\sigma=-P\sin(\alpha)$

5) **Es ist folgendes Flussdichtefeld gegeben. Berechnen sie dazu ein Maxwell geeichtes Vektorpotential A.**
   $\vec{B}=\frac{-B_0}{a}\left(x^2\vec{e}_x+2\mathrm{xy}\,\vec{e}_y\right)$
   Lösung: wegen der Gestalt von B kann A nur in Z Richtung zeigen.
   $\vec{A}=\frac{B_0}{a}x^2 y\vec{e}_z$

6) **Für eine Feldkonfiguration ist eine Reihenentwicklung für A gegeben. Stellen sie diese als reelle Reihe dar, für rho>rho_k**

$$\vec{A}_k = \frac{-\mu_0 I_k}{2\pi} \Re\left[\ln\left(1-\frac{\varrho}{\varrho_k}\right)\right] \quad \textbf{mit} \quad \ln(1-Z) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z^n}{n} \quad \textbf{wobei} \quad |(Z)|<1$$

$$\varrho = \varrho e^{j\alpha} \qquad \varrho_k = \varrho_k e^{j\alpha_k}$$

Lösung:

um die Bedingung für die Reihenentwicklung zu erfüllen muss man etwas umformen:

$$\ln\left(1-\frac{\varrho}{\varrho_k} e^{j(\alpha-\alpha_k)}\right) = \ln\left(\frac{-\varrho}{\varrho_k} e^{j(\alpha-\alpha_k)}\right) + \ln\left(1-\frac{\varrho_k}{\varrho} e^{j(\alpha_k-\alpha)}\right)$$

einsetzen in die Angabe:

$$\vec{A}_k = \frac{-\mu_0 I_k}{2\pi} \Re\left[\ln\left(\frac{-\varrho}{\varrho_k} e^{j(\alpha-\alpha_k)}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{\varrho_k}{\varrho}\right)^n e^{jn(\alpha_k-\alpha)}\right]$$

$$\vec{A}_k = \frac{-\mu_0 I_k}{2\pi} \left\{\Re\left[\ln\left(\frac{-\varrho}{\varrho_k} e^{j(\alpha-\alpha_k)}\right)\right] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{\varrho_k}{\varrho}\right)^n \cos\left(n(\alpha_k-\alpha)\right)\right\}$$

mit:

$$\Re[\ln(Z)] = \ln(|Z|)$$

folgt:

$$\vec{A}_k = \frac{-\mu_0 I_k}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{\varrho}{\varrho_k}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{\varrho_k}{\varrho}\right)^n \cos\left(n(\alpha_k-\alpha)\right)\right]$$

7) **Folgende Kugelwelle ist gegeben. Berechnen sie f(r) damit sie die Wellengleichung löst.**

$$w(r,t) = f(r)\,g(\tau) \quad \textbf{mit} \quad \tau = t - \frac{r}{c}$$

Lösung: leider keine :(

8) **Gegeben ist folgender Vektor r. Stellen sie diesen als x(t) und y(t) dar. Zeichnen sie diese Kurve und wie wird diese durchlaufen.**

$$\vec{r}(t) = \Re\left[\underline{\vec{\varrho}_0} e^{j\omega t}\right] \quad \textbf{mit} \quad \underline{\vec{\varrho}_0} = a_1 \vec{e}_x + j a_2 \vec{e}_y \quad \textbf{a1, a2 reell und konstant.}$$

Lösung: $x(t) = a_1 \cos(\omega t) \qquad y(t) = -a_2 \sin(\omega t)$

also eine Ellipse die im Uhrzeigersinn durchlaufen wird.

9) **Rundfunksender (Isotropstrahler) mit P=100kW. Wie groß ist abs(E) in 10km Entfernung.**

Lösung: siehe A5.2.6 E=0,17 V/m

10) **Leiten sie einen Ausdruck für die Wellenimpedanz der verlustbehafteten, verzerrungsfreien Leitung her.**

Lösung: man geht von den Leitungsgleichungen für den eingeschwungenen Zustand aus und erhält dann für Zw:

$$\underline{Z_W} = \sqrt{\frac{\underline{Z}}{\underline{Y}}} \quad \textbf{mit} \quad \underline{Z} = R' + j\omega L' \quad \textbf{und} \quad \underline{Y} = G' + j\omega C'$$

für die verzerrungsfreie Leitung muss der Imaginärteil von gamma proportional zu omega sein, damit cph=omega/beta unabhängig von omega ist (also sich alle Komponenten der Welle gleich schnell ausbreiten). Die Bedingung dafür lautet:

$$\frac{L'}{R'} = \frac{C'}{G'} \quad \textbf{das ergibt sich aus:}$$

$$\underline{\gamma}=\sqrt{(R'+j\omega L')(G'+j\omega C')}=j\omega\sqrt{L'C'}\sqrt{\left(1-j\frac{R'}{\omega L'}\right)\left(1-j\frac{G'}{\omega C'}\right)}$$

damit man also die rechte Wurzel ziehen kann und der Imaginärteil proportional zu omega ist muss vorige Bedingung gelten. (das war zwar nicht gefragt aber die Herleitung gibt es sonst nirgends)

Für Zw ergibt sich dann:

$$\underline{Z_W}=\sqrt{\frac{\underline{Z}}{\underline{Y}}}=\sqrt{\frac{R'+j\omega L'}{G'+j\omega C'}}=\sqrt{\frac{\frac{L'G'}{C'}+j\omega L'}{G'+j\omega C'}}=\sqrt{\frac{L'}{C'}\cdot\frac{G'+j\omega C'}{G'+j\omega C'}}=\sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Zw ist also reell und gleich groß wie bei der verlustfreien Leitung.