Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierungstechnik
am 07.03.2008

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	9	9	12	40
erreichte Punkte					

Bearbeitungshinweise:

- Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt eintragen.
- Für jede Aufgabe eine neue Seite beginnen.
- Auf jedem Blatt den Namen, sowie die Matrikelnummer angeben.
- Begründen Sie Ihre Antworten ausführlich!

Viel Erfolg!

1. Abbildung 1 zeigt eine Operationsverstärkerschaltung, die als invertierender PID-Regler (multiplikative Form) verwendet werden kann. Beachten Sie, dass die Kapazität C_2 eine Funktion der Spannung ist, wobei gilt:

$$C_2(u_{C2}) = C_{20} + C_{21} u_{C2}^2, \quad C_{20}, C_{21} > 0. \tag{1}$$

Der Operationsverstärker sei ideal (unendliche Verstärkung, keine Input-Bias Ströme, keine Offset Spannungen). Der Eingang des Systems ist die Spannung u, der Ausgang die Spannung y.

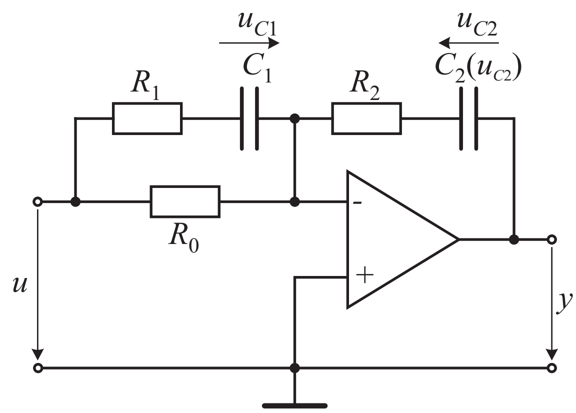


Abbildung 1: Operationsverstärkerschaltung eines invertierenden PID-Reglers.

(a) Wählen Sie für die in Abbildung 1 dargestellte Schaltung geeignete Zustandsgrößen $\mathbf{x}$ und bestimmen Sie das zugehörige mathematische Modell der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \tag{2a}$$
$$y = g(\mathbf{x}, u). \tag{2b}$$

(b) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems für $u = 0$, linearisieren Sie das System um die Ruhelage $u = u_{C1} = u_{C2} = 0$ und schreiben Sie es in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \tag{3a}$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du \tag{3b}$$

an.

(c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des PID-Reglers und ermitteln Sie die Beziehungen zwischen den Bauteilwerten R_0, R_1, R_2, C_1 und C_{20} und den Parametern V_P, T_I, T_D und T_R der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = V_P \frac{(1 + sT_D)(1 + sT_I)}{s(1 + sT_R)} \tag{4}$$

an.

(d) Ist das linearisierte System (3) vollständig erreichbar?

2. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

   (a) Unter welchen drei Bedingungen ist ein System der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)\\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)\end{aligned}$$

   linear? Wann nennt man ein lineares System zeitinvariant?

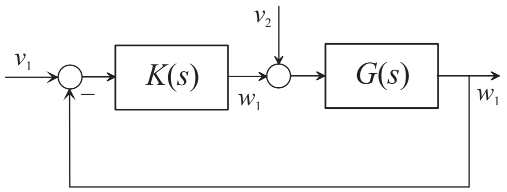


Abbildung 2: Regelkreis 1

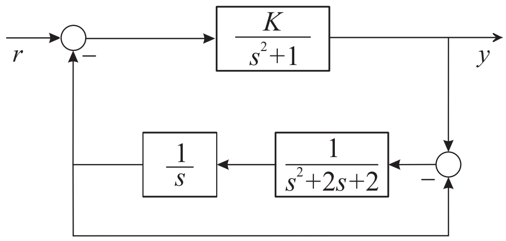


Abbildung 3: Regelkreis 2

   (b) Unter welchen Bedingungen ist der Regelkreis nach Abbildung 2 intern stabil?

   (c) Gegeben ist der Regelkreis nach Abbildung 3. Bestimmen Sie mithilfe des Verfahrens nach Routh-Hurwitz den Bereich des Parameters K, für den der geschlossene Regelkreis stabil ist. Wählen Sie als Parameter $K = -0.5$ und bestimmen Sie die bleibende Regelabweichung für das Testsignal $r(t) = \sigma(t)$.

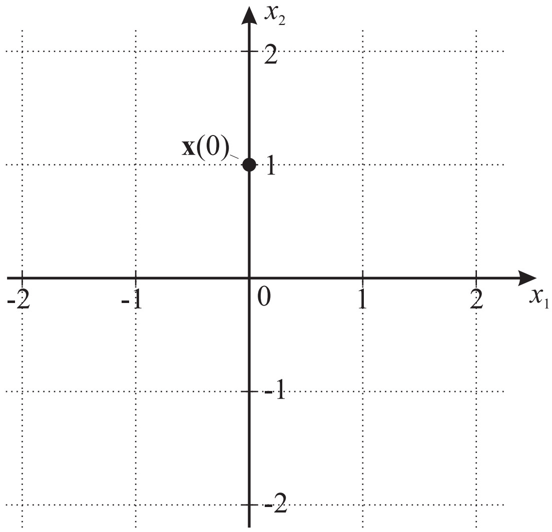
   (d) Zeichnen Sie den Verlauf der Lösungstrajektorie $\mathbf{x}(t)$ in der (x_1, x_2)-Ebene für die Systeme

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_2, & x_1(0) &= 0\\ \dot{x}_2 &= x_1, & x_2(0) &= 1\end{aligned}$$

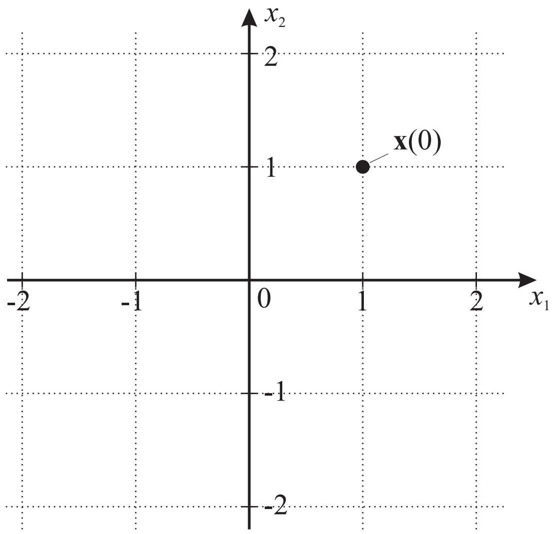
   und

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\pi x_1, & x_1(0) &= 1\\ \dot{x}_2 &= -\pi x_2, & x_2(0) &= 1.\end{aligned}$$

   Verwenden Sie dazu die beiliegende Vorlage!



x_2
2
$\mathbf{x}(0)$
1
-2
-1
0
1
2
x_1
-1
-2



x_2
2
$\mathbf{x}(0)$
1
-2
-1
0
1
2
x_1
-1
-2

3. Gegeben ist die Ausgangsfolge

$$(y_k) = \left(0, \frac{3}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, 0, 0, 0, 0, ...\right)$$

eines linearen zeitinvarianten zeitdiskreten Systems auf die Eingangsfolge

$$(u_k) = (3, -2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, ...) \,.$$

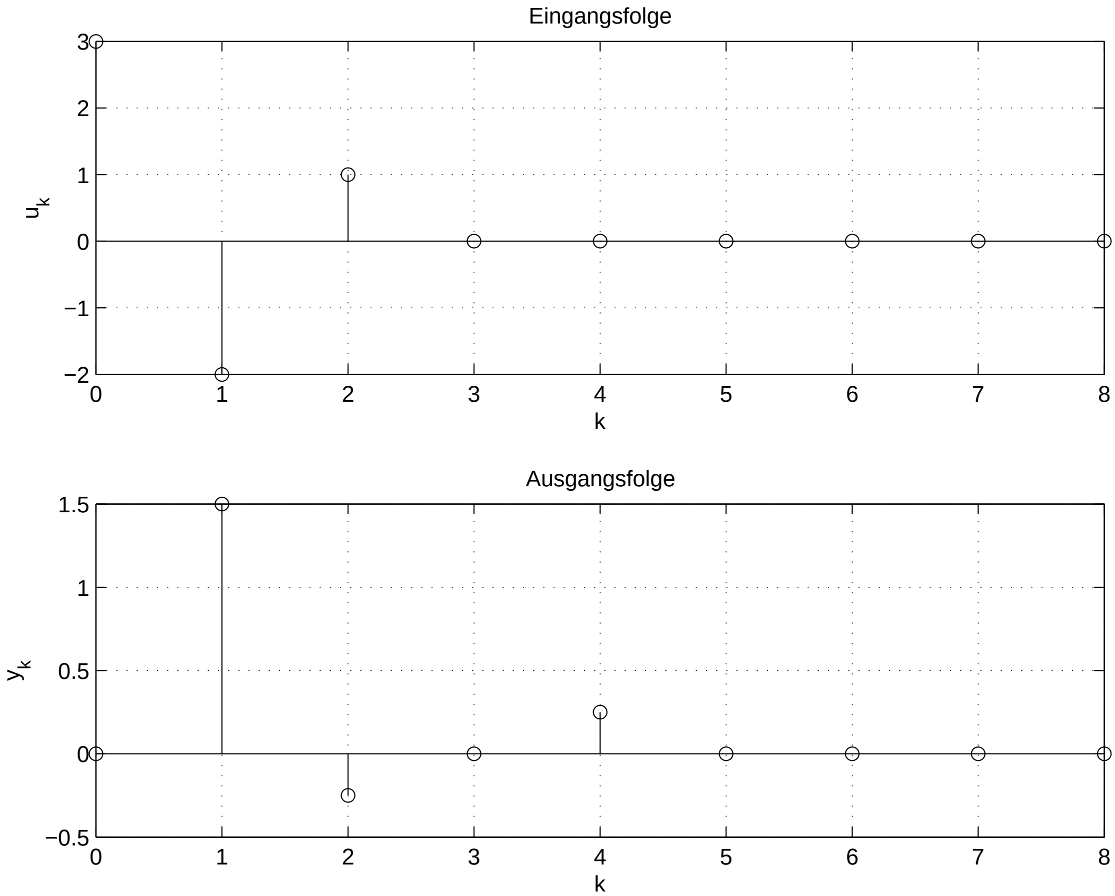


Abbildung 4: Eingangs- und Ausgangsfolge.

(a) Welche der in Abbildung 5 dargestellten Impulsantworten gehört zu dem durch die obige Eingangs- und Ausgangsfolge charakterisierten System? Begründen Sie ihre Antwort ausführlich.

Hinweis: Nutzen Sie hier die Eigenschaft der Superposition linearer Systeme aus. Sollten Sie keine Lösung erhalten, so verwenden Sie für die weiteren Berechnungen eine beliebige Impulsantwort aus Abbildung 5.

(b) Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion des Systems.

(c) Ist dieses System BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort sowohl über die Impulsantwort als auch über die Übertragungsfunktion.

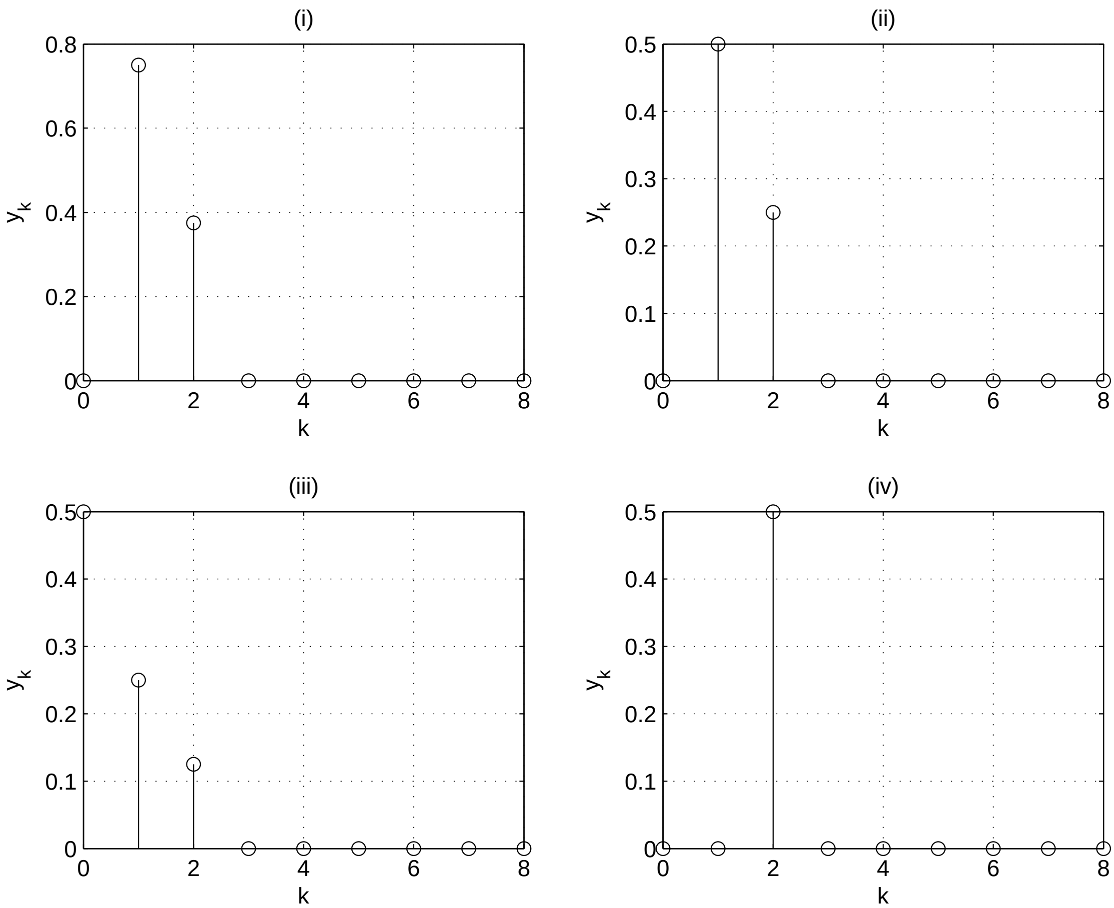


Abbildung 5: Impulsantworten.

(d) Berechnen Sie die eingeschwungene Lösung des Systems auf eine Eingangsfolge der Form

$$u_k = 2\sin\left(k\frac{\pi}{2}\right) - 1^k\,.$$

(e) Gegeben ist die s-Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen Systems und die z-Übertragungsfunktion $G(z)$ des daraus durch Abtastung mit der Abtastzeit T_a gewonnenen Abtastsystems. Was können Sie über den Zusammenhang zwischen den Polstellen der $s-$ und $z-$Übertragungsfunktion des abgetasteten Systems aussagen? Was können Sie über die Nullstellen der Übertragungsfunktion des abgetasteten Systems aussagen?

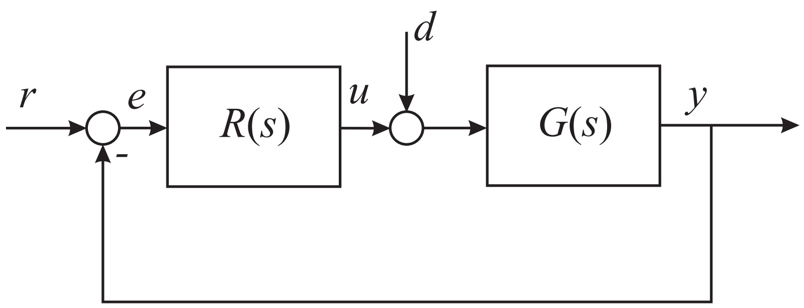
4. Gegeben ist die Streckenübertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{0.5}{s\left(\frac{s}{2}+1\right)} \ .$$

a) Was versteht man unter einer phasenminimalen Übertragungsfunktion? Ist die obige Übertragungsfunktion phasenminimal?

b) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm der Streckenübertragungsfunktion. Verwenden Sie hierzu die beiliegende Vorlage.

c) Reglerentwurf:



i) Führen Sie den Reglerentwurf für

$$R(s) = V_R \frac{1+\frac{s}{2}}{1+sT_R}$$

mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens für folgende Anforderungen durch: Anstiegszeit $t_r = 1\text{s}$, prozentuales Überschwingen $\ddot{u} = 10\%$.

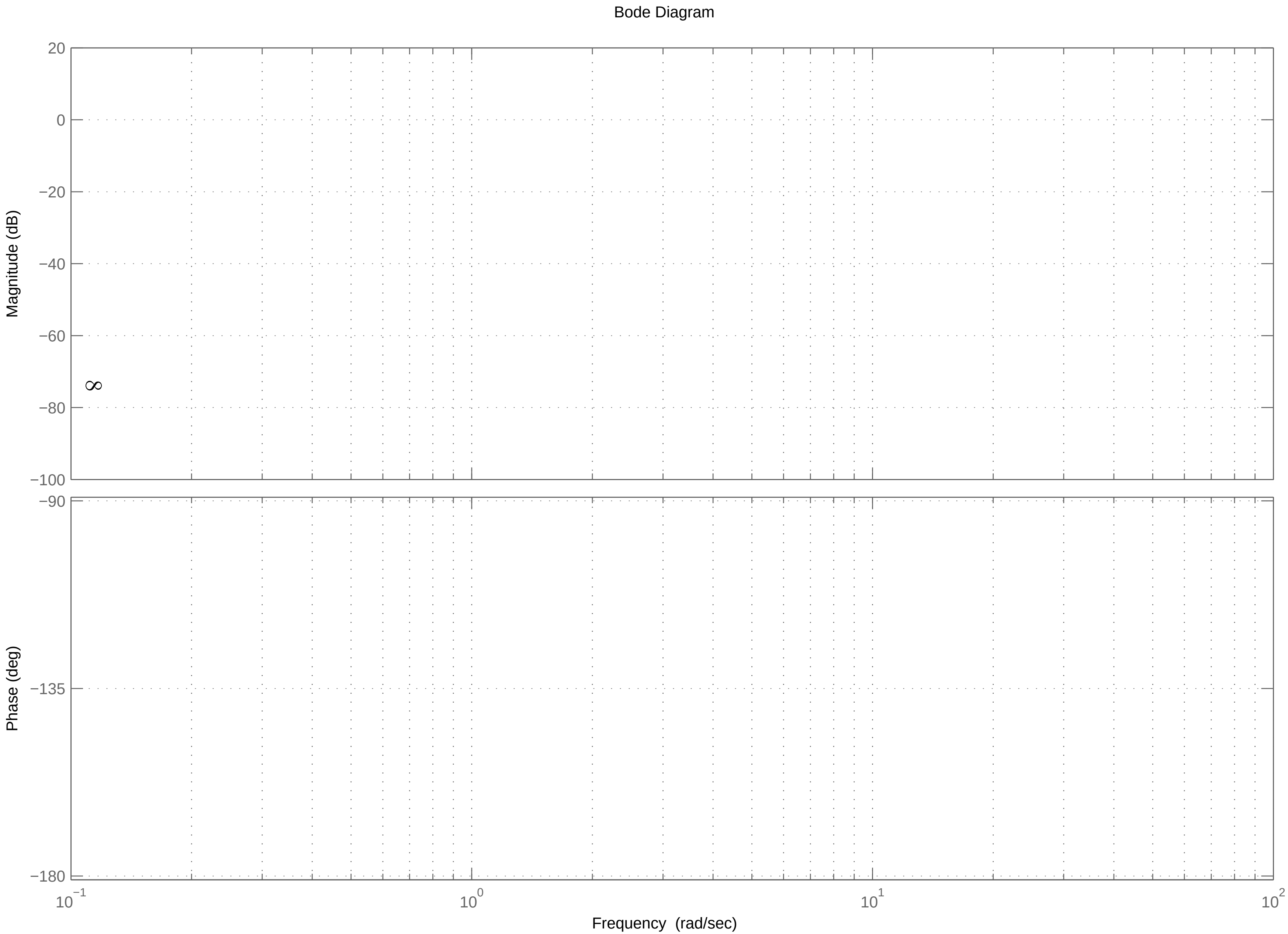
ii) Wie lautet das Nyquist-Kriterium in Frequenzkennliniendarstellung? Können Sie mit diesem Kriterium die Stabilität des hier vorliegenden geschlossenen Regelkreises nachweisen? Begründen Sie Ihre Antwort.

iii) Füllen Sie nachfolgende Tabelle aus und zeichnen Sie die Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises.

ω	$\mathrm{Re}\left(L\left(I\omega\right)\right)$	$\mathrm{Im}\left(L\left(I\omega\right)\right)$
-0		
$+0$		
1		
$\sqrt{3}$		
$-\infty$		
∞		

iv) Überprüfen Sie anhand der Nyquist-Ortskurve die Stabilität des geschlossenen Regelkreises.

v) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für eine sprungförmige Störung $d(t) = \sigma(t)$?



Bode Diagram
Magnitude (dB)
20
0
−20
−40
−60
−80
−100
∞
Phase (deg)
−90
−135
−180
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/sec)