Gruppe A

VU Telekommunikation 389.062

ARBEITEN SIE SAUBER UND ORDENTLICH, GEBEN SIE ALLE RECHENGÄNGE UND ZWISCHENERGEBNISSE AN UND BEGRÜNDEN SIE DIE RECHENSCHRITTE!

Beispiel 1

Betrachten Sie ein binäres Kommunikationssystem mit Sendefilter zur Impulsformung im Basisband. Die Impulsantwort des Sendeimpulsformers $h_s(t)$ und die Impulsantwort des anschließenden Kanals $h_K(t)$ sind gegeben durch

$$h_s(t) = U_0 \cdot \mathrm{p}\left(\frac{2t}{T}\right) \qquad \text{und} \qquad h_K(t) = \delta\left(t - \tfrac{T}{2}\right) - \delta(t - T)$$

mit $U_0 \in \mathbb{R}^+$ und der Abtastperiode $T \in \mathbb{R}^+$. Das übertragene Signal wird mit additivem weißen gaußschen Rauschen mit einer zweiseitigen Leistungsdichte von $\frac{N_0}{2} = 5 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{V^2s}$ überlagert und vor dem Entscheider wird ein signalangepasstes Filter verwendet.

(a) Fertigen Sie eine Skizze des Kommunikationssystems an und skizzieren Sie die gegebenen Signale.

(b) Wählen Sie U_0 so, dass für die Energie des Sendeimpulssignals $\mathcal{E}_s = 1$ gilt.

(c) Berechnen Sie die Impulsantwort $h(t)$ die aus Kombination von Sendeimpulsformer und Kanal hervorgeht und skizzieren Sie diese.

(d) Berechnen Sie die Energie $\mathcal{E}_h$ der Impulsantwort $h(t)$.

(e) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $H_{\mathrm{opt}}(f)$ und die Impulsantwort $h_{\mathrm{opt}}(t)$ des signalangepassten Filters und skizzieren Sie diese beiden Funktionen.

(f) Berechnen Sie die gesamte Übertragungsfunktion $H_{\mathrm{ges}}(f)$ des Kommunikationssystems unter Vernachlässigung des Rauschens und skizzieren Sie diese.

(g) Nehmen Sie die Eingangsdaten gleich Null und $T = 10^{-3}\,\mathrm{s}$ an. Berechnen Sie die Rauschleistungsdichte $G_a(f)$ am Ausgang des signalangepassten Filters und skizzieren Sie diese.

Beispiel 2

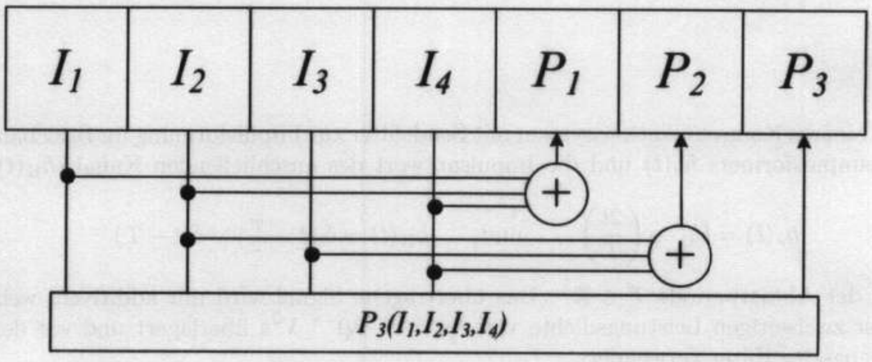
Betrachten Sie einen systematischen linearen Blockcode über $\mathrm{GF}(2) = \mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$. Der Aufbau eines Codewortes ist durch

$$\boldsymbol{c} = (I_1, I_2, I_3, I_4, P_1, P_2, P_3)$$

gegeben. Die Codiervorschrift ist durch die Paritätsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & 1 \\ p_{21} & 1 & 0 \\ 0 & p_{32} & 1 \\ 1 & p_{42} & 1 \end{pmatrix},$$

mit $p_{11}, p_{21}, p_{32}, p_{42} \in \mathbb{F}_2$ und durch die schaltungstechnische Realisierung wie folgt gegeben.



Der Übertragungskanal weist eine Bitfehlerwahrscheinlichkeit von $P_b = 10^{-3}$ auf.

(a) Geben Sie die Paritätsgleichungen an und bestimmen Sie $p_{11}, p_{21}, p_{32}, p_{42} \in \mathbb{F}_2$.

(b) Bestimmen Sie die Prüfmatrix (Checkmatrix) H und die Generatormatrix G.

(c) Berechnen Sie die Coderate R und vervollständigen Sie die Skizze der schaltungstechnischen Realisierung des Coders.

(d) Bestimmen Sie die minimale Hamming-Distanz $d_{\min}$ und das minimale Hamming-Gewicht $w_{\min}$.

(e) Bestimmen Sie die garantierte Anzahl an korrigierbaren Fehlern im Codewort. Bestimmen Sie weiters die garantierte Anzahl an erkennbaren Fehlern im Codewort, wenn keine Fehlerkorrektur vorgesehen ist.

(f) Führen Sie eine Syndrom-Dekodierung der empfangenen Vektoren $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ und $\boldsymbol{r}_3$ durch, mit

$$\boldsymbol{r}_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 1, 0), \quad \boldsymbol{r}_2 = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 1), \quad \text{und} \quad \boldsymbol{r}_3 = (1, 1, 0, 1, 0, 1, 0).$$

(g) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit eines Blockfehlers einmal bei (ungesicherter) Übertragung des Datenvektors $\boldsymbol{d} = (I_1, I_2, I_3, I_4)$ und einmal bei (gesicherter) Übertragung des Codevektors $\boldsymbol{c}$ wie oben gegeben.

(h) Bestimmen Sie die Generatormatrix G_{SPC} des Single Parity Check Codes, definiert durch

$$\boldsymbol{c}_{\mathrm{SPC}} = (I_1, I_2, I_3, I_4, P_2),$$

wobei P_2 wie oben definiert ist.

Beispiel 3

Betrachten Sie eine binäre Basisband-Übertragung. Die Informationsbits aus $\mathrm{GF}(2) = \mathbb{F}_2 = \{0,1\}$ werden auf die Symbole $X \in \mathcal{S} := \left\{s_0 = -\frac{1}{2}, s_1 = \frac{1}{2}\right\}$ abgebildet. Die beiden Symbole haben gleiche Auftrittswahrscheinlichkeit. Bei der Basisbandübertragung wird additiv Rauschen überlagert, das durch die reelle Zufallsvariable Z beschrieben wird. Die Symbole X und das Rauschen Z sind statistisch unabhängig, am Detektoreingang wird Y empfangen und am Detektorausgang $\hat{Y}$ ausgegeben.

(a) Nehmen Sie an, Z sei stetig verteilt mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$p_Z(z) = \begin{cases} c - z^2, & |z| \leq \sqrt{c} \\ 0, & |z| > \sqrt{c} \end{cases},$$

mit $c \in \mathbb{R}^+$.

(i) Bestimmen Sie $c \in \mathbb{R}^+$ und skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

(ii) Geben Sie die Entscheidungsgebiete für den Detektor an, sodass die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit minimal wird.

(iii) Berechnen Sie alle möglichen bedingten Wahrscheinlichkeiten $P\{\hat{Y} = s_i | x = s_j\}$ für $s_i, s_j \in \mathcal{S}$ mit $i, j = 0, 1$ und die Gesamtwahrscheinlichkeit des Symbolfehlers $P\{\mathcal{E}\}$.

(b) Sei nun $X \in \mathcal{S}' := \{s_0 = -1, s_1 = 1\}$ und Z wie in (a) definiert. Berechnen Sie alle möglichen bedingten Wahrscheinlichkeiten $P\{\hat{Y} = s_i | x = s_j\}$ für $s_i, s_j \in \mathcal{S}$ mit $i, j = 0, 1$ und die Gesamtwahrscheinlichkeit des Symbolfehlers $P\{\mathcal{E}\}$.

(c) Skizzieren Sie das Übertragungssystem aus (a) bzw. (b).

(d) Setzen Sie additives weißes gaußsches Rauschen mit einer zweiseitigen Leistungsdichte von $\frac{N_0}{2} = 3T$ und $T \in \mathbb{R}^+$ voraus. Es wird ein idealer Korrelator zur Detektion verwendet und für die Übertragung der Daten werden die Sendesignale

$$s_0(t) = -\,\mathrm{p}\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T}\right) \qquad \text{und} \qquad s_1(t) = \Lambda\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T}\right) \cdot \mathrm{p}\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T}\right),$$

verwendet. Berechnen Sie die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $P\{\mathcal{E}\}$.

(e) Skizzieren Sie das Übertragungssystem aus (d).