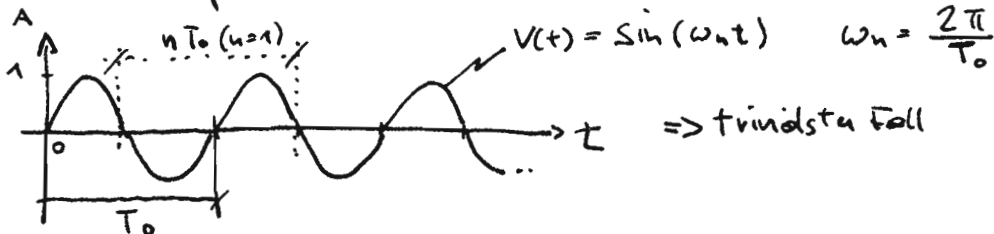


TELEKOMMUNIKATION

2) Periodische & Transiente Signale

a.) Periodische

- Signale, die eine gleiche Wellenform haben, wenn man sie um das n -fache ihrer Periode davon verschiebt. z.B. $V(t) = \sin(\omega t)$



- In der Realität sind Periodische Signale meist aus mehreren Frequenzen zusammengesetzt.

|| JEDES PERIODISCHE SIGNAL LÄSST SICH DURCH EINE GEWICHTETE SUMME HARMONISCHER, SINUIDER SCHWINGUNGEN ZUSAMMENSETZEN. ||

$$V(t) = C_0 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cos(\omega_0 \cdot i \cdot t + \varphi_i)$$

↑
DC-Anteil

$$\left[\begin{array}{l} \text{z.B. } V(t) = [0,5 + \sin(\omega_0 t) + 2 \sin(2\omega_0 t)] V \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ C_0 = 0,5V \quad C_1 = 1V \quad C_2 = 2V \\ \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} \quad \varphi_2 = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right]$$

BERECHNUNG DER GEWICHTUNGSFAKTOREN C_i

$$C_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}$$

$$\varphi_i = -\arctan\left(\frac{B_i}{A_i}\right)$$

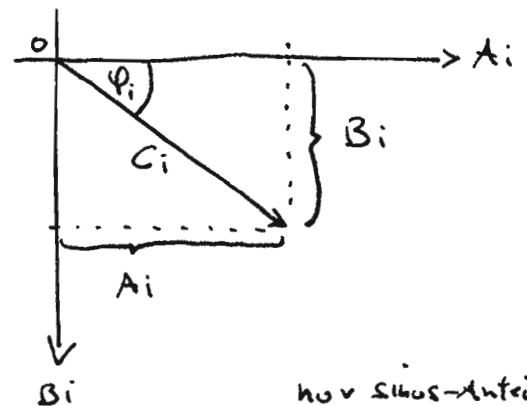
Filterintegrale:

$$A_i = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} V(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot i \cdot t) dt \quad \dots \text{geraden Anteile}$$

$$B_i = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} V(t) \cdot \sin(\omega_0 \cdot i \cdot t) dt \quad \dots \text{ungeraden Anteile}$$

z.B. $V(t) = 2 \sin(\omega_0 t)$ \Rightarrow $A_i = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} 2 \sin(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt = 0 \checkmark$
 $T_0 = 1 \text{ms}$
orthogonal!

$$B_i = \frac{4}{1 \text{ms}} \int_0^{1 \text{ms}} \sin\left(\frac{2\pi}{1 \text{ms}} t\right) \sin\left(\frac{2\pi}{1 \text{ms}} t\right) dt = 2 \checkmark$$

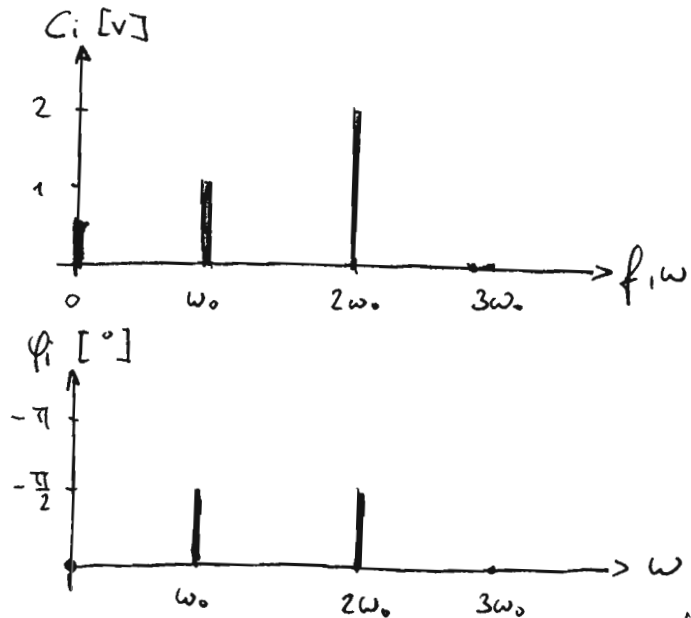


hier \sin -Anteil und ein "Spitze" mit der Höhe 2.

Amplituden & Phasenspektrum

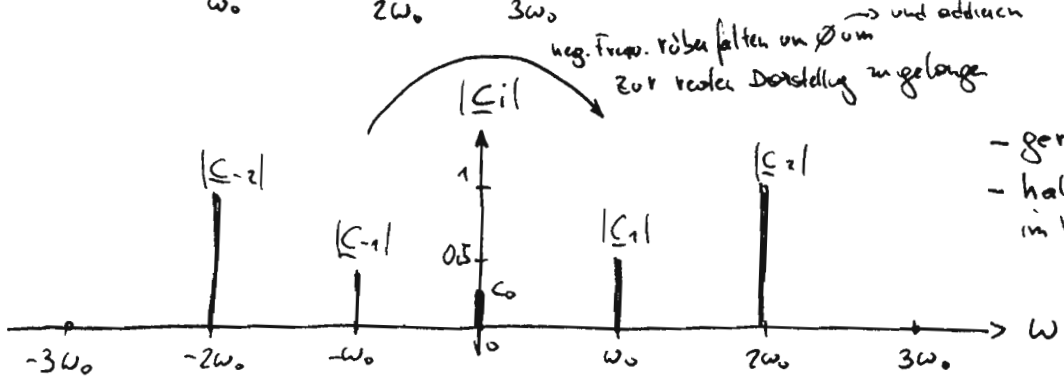
z.B. $V(t) = [0,5 + \sin(\omega_0 t) + 2\sin(2\omega_0 t)]V$

Betrag-Phasen Darstellung



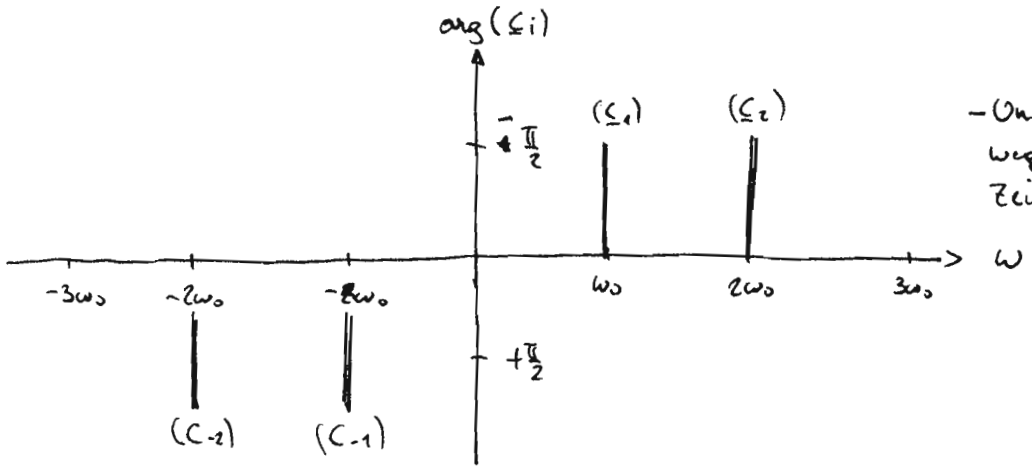
$C_0 = 0,5V$	$\varphi_0 = 0$
$C_1 = 1V$	$\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$
$C_2 = 2V$	$\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$
$C_3 = 0$	$\varphi_3 = 0$
\vdots	\vdots

$C_i = 2|\underline{\epsilon}_i|$

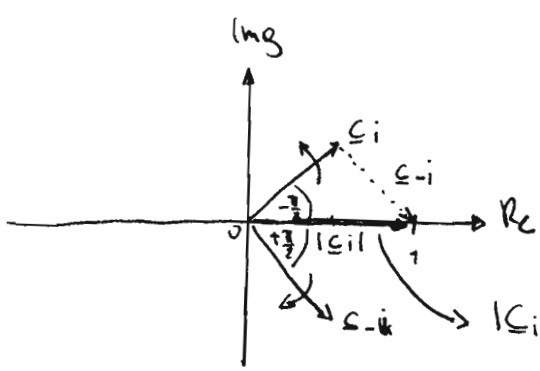


neg. Frequ. überfallen um \varnothing um \rightarrow und addieren
zur reellen Darstellung zu gelangen

- gerades Amplitudenspekt.
- halbe Größe der C_i 's im Vergleich zu C_i 's.



- Ungerade Symmetrie wegen gegenläufigen Zeichen



$|\underline{\epsilon}_i| = |\underline{\epsilon}_i + \underline{\epsilon}_{-i}|$

$|\underline{\epsilon}_i|$... Reale Amplitude des Signals
 \Rightarrow wandert auf der Re-Achse hin & her

SPEKTREN

1) SPANNUNGEN

PERIODISCH

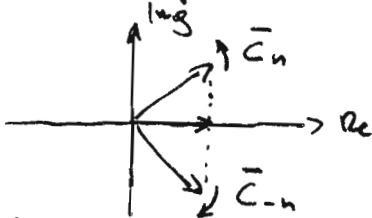
- $V(f)$ Amplitudenspektrum

Kommt von der Fourierreihenentwicklung:

$$V(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \bar{C}_n e^{j\omega_n t}$$

wobei: $\bar{C}_n = \frac{1}{2} (A_n + jB_n)$ für $n > 0$
 C_0 für $n = 0$
 $\frac{1}{2} (A_n - jB_n)$ für $n < 0$

-as sind 2 gegenläufig rotierende Zeiger in der komplexen Ebene:



Die additiv sich auf die Re-Ebene projizieren, um wieder ein reelles Signal zu erzeugen.

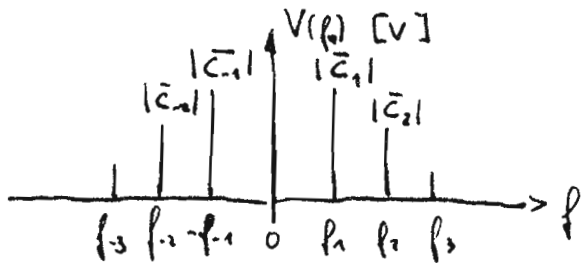
$$\bar{C}_n = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} V(t) e^{-j\omega_n t} dt \dots \text{Filterintegral}$$

$\omega_n = n\omega_1$

$n = \text{pos}$: \bar{C}_n berechnet

$n = 0$: $C_0 = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt$

$n = \text{neg}$: \bar{C}_{-n} berechnet



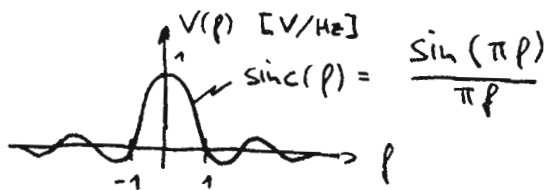
TRANSIENT

- $V(f)$ Spannungsdichtespektrum

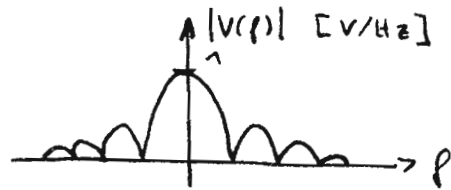
Kommt von der Fouriertransformation:

$$V(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) e^{-j\omega t} dt \quad [V/Hz]$$

z.B. \rightarrow $\text{sinc}(f) = V(f)$



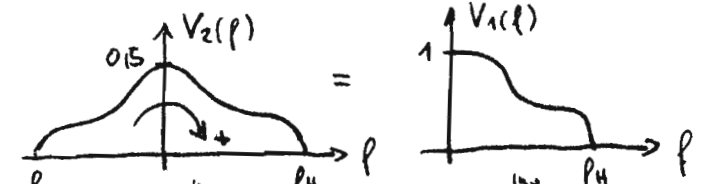
- $|V(f)|$... Amplitudendichtespektrum



Übergang 2-seitiges Spektrum \Rightarrow 1-seitiges

- gilt für periodische & transiente Signale
 Zusammenfalten um 0 Hz und addieren

$$V_2(f) + V_2(-f) = V_1(f)$$



neg. dreh. Zeiger \Rightarrow pos. drehende Zeiger
 durch additive Verschiebung des komplexen Anteil, da die Zeiger konj. komplex sind!
 \hookrightarrow Amplitude für reelle Signale wandert auf der reellen Achse hin & her.

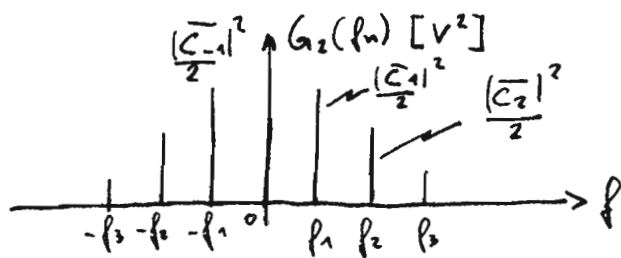
2) ENERGIE & LEISTUNGSDICHTE-SPEKTREN

• NORMIERT AUF 1Ω $\frac{V_{RMS}^2}{R} \rightarrow V_{RMS}^2$

PERIODISCH

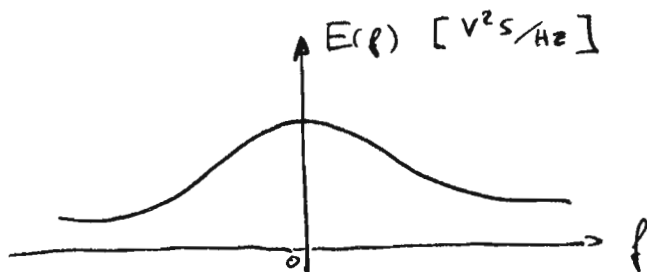
- $G(f_n)$ Leistungsspektrum [V^2]
wird aus den Fourierreihen Koeffizienten berechnet.

$$G_2(f_n) = (V_{RMS})^2 = \left(\frac{|\bar{C}_n|}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{|\bar{C}_n|^2}{2}$$



- $E(f)$ immer kontinuierlich \Rightarrow Dichte!

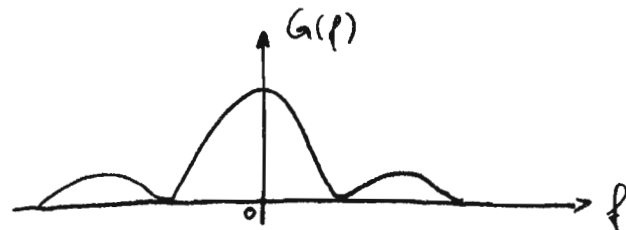
$$E(f) = |V(f)|^2 \left[\frac{V^2}{Hz^2} \right] \Rightarrow \left[V^2 s \frac{1}{Hz} \right]$$



TRANSIENT

- $G(f)$... Leistungsdichte Spektrum [V^2/Hz]
wird aus dem Spannungsdichte Spektrum berechnet:

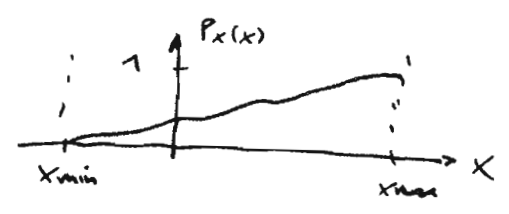
$$G(f) = (V_{RMS}(f))^2 \quad [V^2/Hz]$$





Wahrv. dichte & Verteilung:

a.) Vert. (WVF) $P_X(x) = P(X \leq x)$



b.) PDF: $p_X(x) = \frac{dP_X(x)}{dx}$

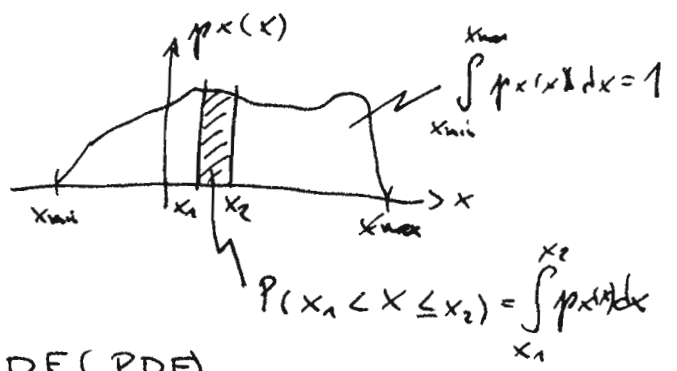
... gibt W. an, dass X in dem Intervall $x, x+dx$ liegt.

$P_X(x) \leq 1$

$P_X(\infty) = 1$

$P_X(-\infty) = 0$

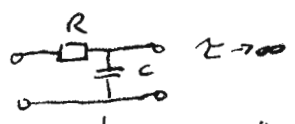
$P_X(x_2) - P_X(x_1) = P(x_1 < X \leq x_2)$



Momente

- geben Auskunft über die Form & Gestalt der WDF (PDF)

norm. Momente:

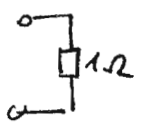


$E(x) = \bar{X} = \int_{-\infty}^{+\infty} x p_X(x) dx$
erstes (n=1)

allgemein: $\bar{X}^n = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n p_X(x) dx$

\bar{X} ... DC-Anteil (SCHARMITTELWERT)

\bar{X}^2 ... Total Power (2tes Moment, n=2)
 (Quadratisches Mittelwert)

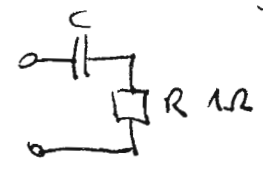


Zeitliches Moment:

-> Befreit vom Erwartungswert $E(x) = \bar{x}$

Varianz: $\sigma^2 = \overline{(x - \bar{x})^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 p_X(x) dx$... Wechselleistung (in 1Ω)
 (2tes)

allgemein: $\overline{(x - \bar{x})^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^n p_X(x) dx$



Mittelwert allgemein:

$\langle x(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t) dt$

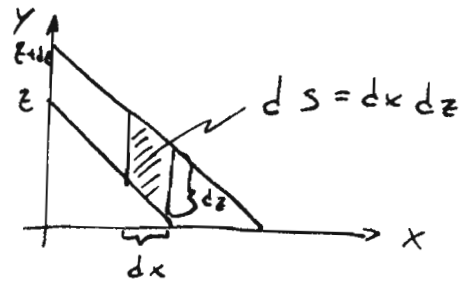
GRENZWERTSATZ

- Was passiert wenn man 2 Zufallsvariablen addiert $\rightarrow X+Y=Z$
wie sieht die pdf (WDF) von Z aus?

$$Y = Z - X$$

$$Y = Z - X$$

$$Y = Z + dz - X$$



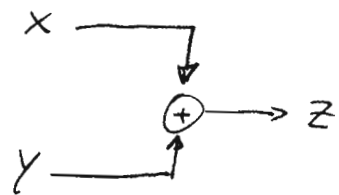
$$P(Z < Z \leq Z + dz) = \int_{\text{Strip}} p_{XY}(x, z-x) dS$$

$$= p_Z(z) dz = dP_Z$$

$$= p_Z(z) dz = \int_{\text{Strip}} p_{XY}(x, z-x) dx dz$$

$$p_Z(z) = \int_{\text{Strip}} p_{XY}(x, z-x) dx$$

$$\Rightarrow p_Z(z) = \int_{\text{Strip}} p_X(x) p_Y(z-x) dx$$



... bei stat. unabh.:

$$p_{XY}(x, z-x) = p_X(x) \cdot p_Y(z-x)$$

"Faltungintegral"

\Rightarrow Die WDF von 2 stat. unabhängigen Zufallsvariablen ist die Faltung derer.

- Da die Faltung eine Integraloperation ist, wird das Ergebnis "glatter" \Rightarrow bei $N \rightarrow \infty$ wirds Gaußförmige WDF

\Rightarrow Die WDF mehrer stat. un. ZV wird Gaußförmig

KORRELATION & COVARIANZ

Korrelation beschreibt die Ähnlichkeit zweier Signalformen:

$$\overline{X^n X^m} = \iint_{-\infty}^{+\infty} X^n Y^m p_{XY}(X, Y) dx dy \quad n, m = 1 \Rightarrow \text{Korrelation}$$

$$\overline{XY} = \iint_{-\infty}^{+\infty} XY p_{XY}(X, Y) dx dy$$

Die Korrelation basiert:

$\left\{ \begin{array}{l} + \text{ hoher pos. Wert: High / High} \\ + \text{ hoher neg. Wert: High / Low} \\ + \text{ kleiner Wert: wenig informativ} \end{array} \right.$

\downarrow
im Mittel gesehen!

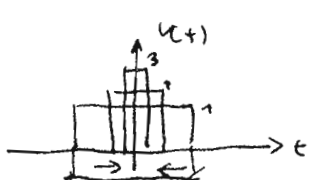
COVARIANZ

Mittel (Erwartungswert) wert befreite Zufallsvariablen

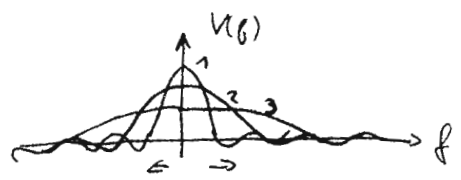
$$\overline{(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})} = \iint_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})(y-\bar{y}) p_{xy}(x,y) dx dy \quad (\text{joint central moment})$$

⇒ Correlation der wechselseitigen Anteile von X & Y

Zeitgesetz der Nachrichtentechnik



bei Verschiebung
der Pulsbreite (und gleichbleibender Fläche)
(um Datenrate zu erhöhen)

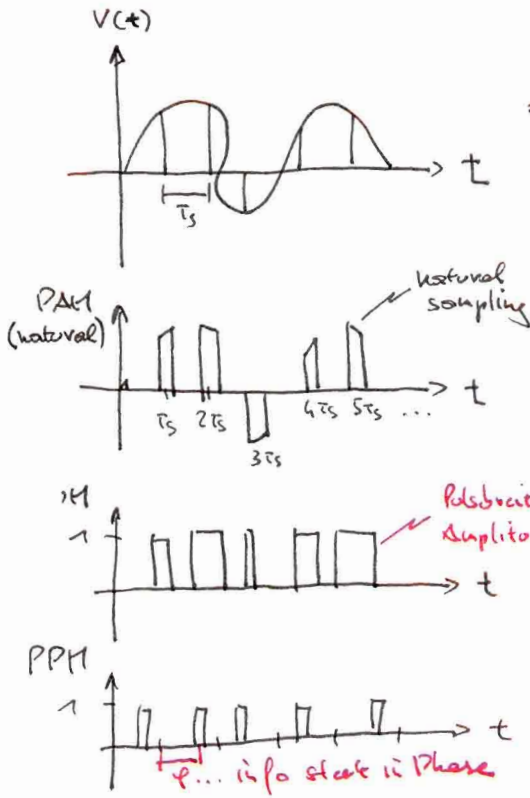


verbreitern sich die
Spektralen Pulse ⇒ mehr Bandbreite

daraus folgt: $T_0 \cdot B = 1$ fundamental wichtig!

PCM Puls Code Modulation

: vom analogen Signal \longrightarrow Binären Bitstrom



Abtastung $\Rightarrow V(t) \delta(t-nT)$

Natural ① Sampling Flattop ② Sampling

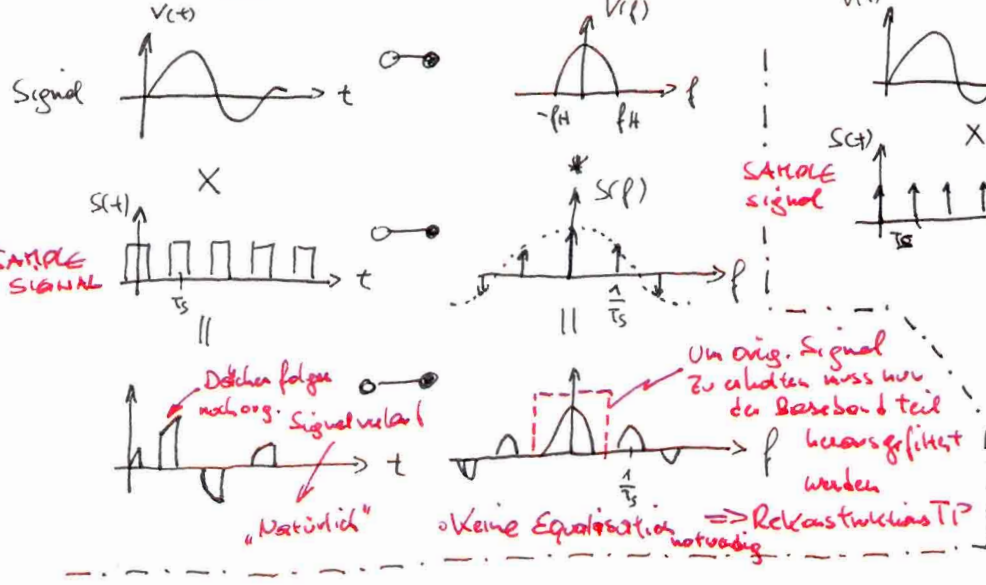
BAUPASS/BASEBAND DEFINITION

$f_c \leq B$ Baseband

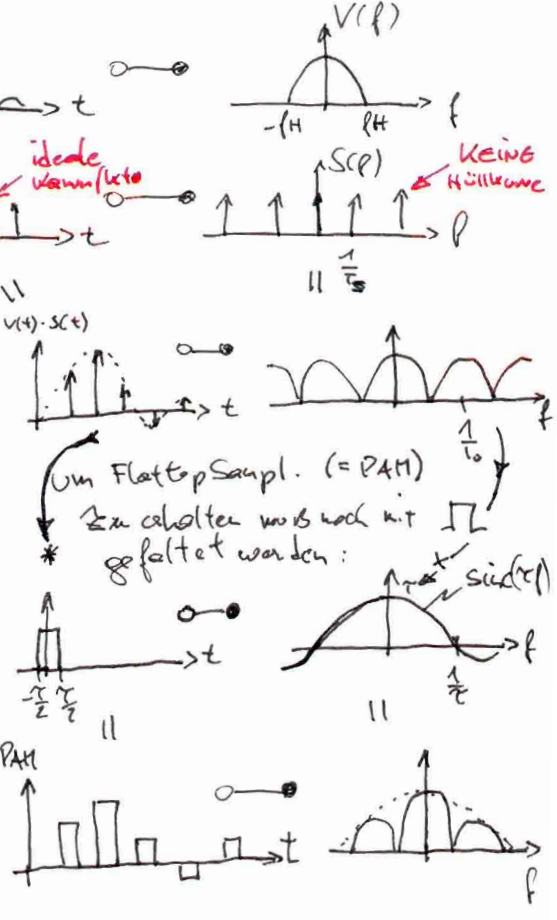
$f_c > B$

Pulsbreite \propto zu Amplitudenwert
 \rightarrow kleinster (neg) wert \rightarrow Schmal
 \rightarrow größter (pos) wert \rightarrow Breit

① NATURAL SAMPLING



② FLATTOP SAMPLING (=true PAM)



UM BEIM FLAT-TOP-SAMPLING DAS WAHRE SIGNAL WIEDERHERSTELLEN ZU KÖNNEN MUß ES EQUALISIERT WERDEN

BASEPASS SAMPLING

Bei Bandpass-Signalen ist das normale Nyquisttheorem $f_s \geq 2 f_H$ nicht zu streng, es kann mit einer kleineren Frequenz abgetastet werden.

$$2B \left(\frac{Q}{n} \right) \leq f_s \leq 2B \left(\frac{Q-1}{n-1} \right)$$

$n \dots$ Entwurfsparameter
 $Q = \frac{f_H}{B}$ (falls nicht mehr einfällt \Rightarrow verkürzt durch Nyquisttheorem bei $n=1$)
 wird aus Q bestimmt.

- ist Q ganzzahlig: $n=Q$
- ist Q nicht ganzzahlig $\Rightarrow Q$ abwärts $=n$

SIGNAL TO QUANTISATION NOISE - RATIO SNQR

$$SNQR = M^2 - 1$$

$M \dots$ Anzahl d. Quant. levels

SETZT WIRKLICH PCM:

wird ein PAM-Quantisiert (z.B. 3bit)

$$SNQR = 4.8 + 6n - \epsilon \quad [dB]$$

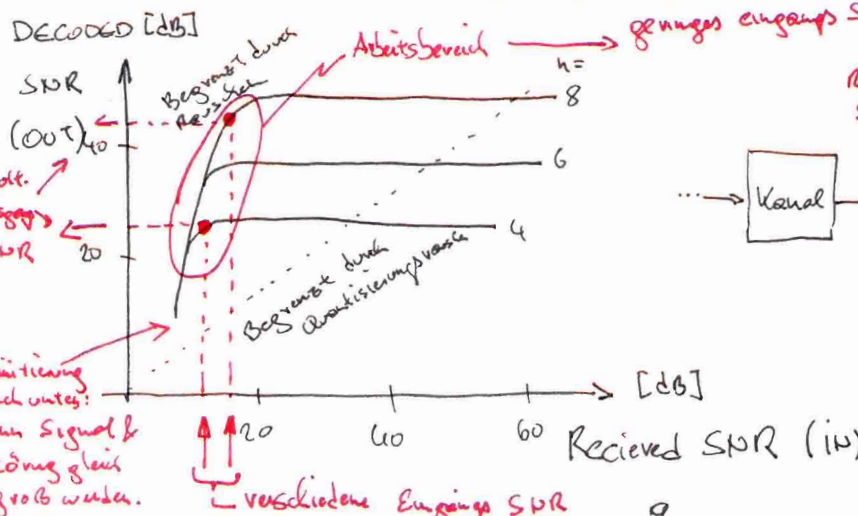
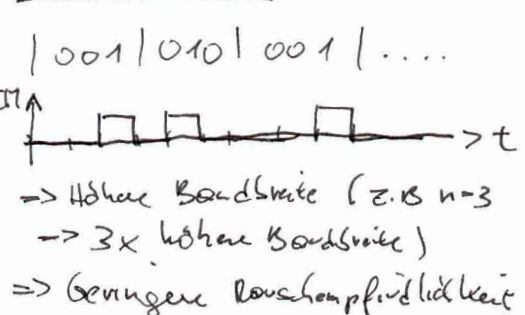
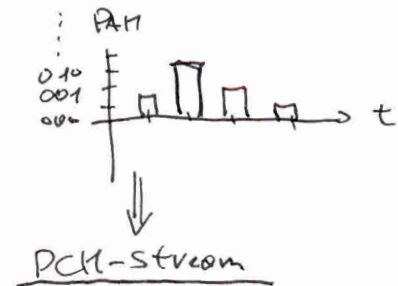
für Lineares PCM
 (nur quant. noise)
 n -Bit Auflösung
 273 dB Sais
 10 dB .. Spread

SNR für kodiertes PCM

n gleichwahrscheinlich erkannte Fehlermöglichkeiten (nur 1 Fehlerhaftes Bit / word) $\downarrow P_e$

$$SNR_{code} = \frac{M^2 - 1}{1 + 4(M^2 - 1)P_e}$$

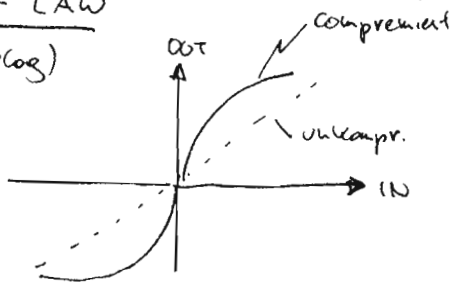
(quantisierungs & decodierungsrauschen)



COMPANDED PCM

- Ziel: Quantisierungsrauschen zu senken, SNR zu erhöhen

M -LAW
($\rightarrow \log$)



• Kleine Signalwerte werden höher aufgelöst als große

BAUBREITENREDUZIERENDE TECHNIKEN

1) Δ -PCM : Es wird nur die Differenz vom vorhergehenden zum aktuellen übertragen (trägt viel weniger Information)

⊕ Datenreduktion

⊖ Schlechtere Dynamik als Lineares PCM (kann nicht so gut auf sich rasch ändernde Signale reagieren)

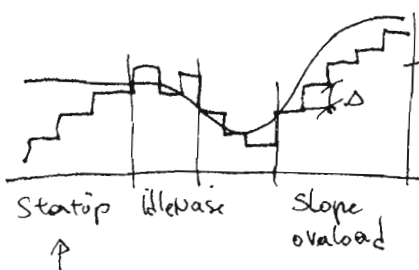
2) Differenzielles-PCM: Geht von starker Redundanz im Signal aus. Hat einen (transversales Filter) "Schätzer" = gewichtete Summe vorheriger im Sender & Empfänger und extrapoliert den nächsten Wert. (Die Koeffizienten der gew. Summe sind fixe Konstanten). Wenn das wirkliche Signal "auftaucht", wird die Abweichung gemessen & übertragen.

3) Adaptives Differenzielles-PCM: Ist eine Weiterentwicklung von 2): Die Koeffizienten der gew. Summe werden auch angepasst (und müssen natürlich auch übertragen werden).

z.B. 64 kbit/s companded PCM \rightarrow 32 kbit/s ADPCM

Quantisierbit

4) Delta-Modulation-PCM



beim Slope overload steigt das Signal schneller als nachwachen kann.

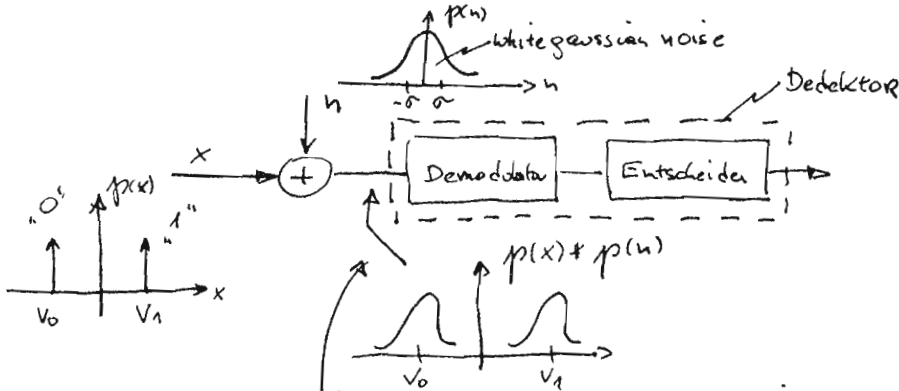
• Quantisieren "1bit" \rightarrow gibt nur rauf oder runter.

- Eine "Vorhersagebit" sagt, daß das nächste Sample gleich dem vorhergehenden (aktuellen) ist = Delay
- Dieses verzögerte Sample wird mit dem aktuellen verglichen & ein Comparator entscheidet rauf oder runter Δ .

5) Adaptive Delta-Modulation-PCM

- Um Slope overload zu bekämpfen wird der Δ -Anstieg variabel gemacht.

BASISBANDTRANSMISSION



addition von 2 unabhängigen Zufallsvariablen ist gleich der Faltung bei der Wkvr. Dichte (fct)

Krit

Gaussian Noise Power $N = \sigma^2$

Normalised Peak Power $S_{NRZ,uni} = \frac{\Delta V^2}{2}$

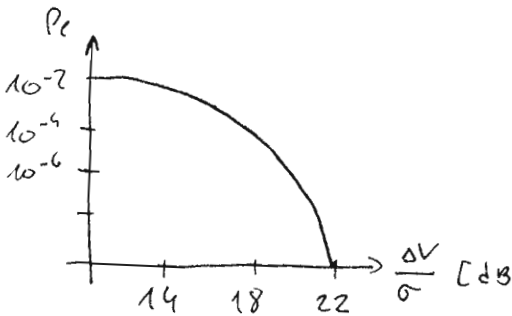
$$\frac{\Delta V}{\sigma} = \sqrt{2} \left(\frac{S_{NRZ,uni}}{N} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \text{in } P_e \text{ Formel einsetzen}$$

$$P_e = \frac{1}{2} \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{S_{NRZ,uni}}{N} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right]$$

Für Polare Signalisierung

$$P_e = \frac{1}{2} \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{S_{NRZ,polar}}{N} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right]$$

Abhängigkeit P_e : $\frac{\Delta V}{\sigma}$

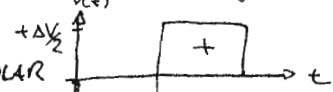
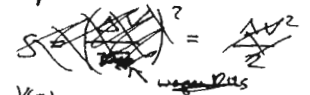
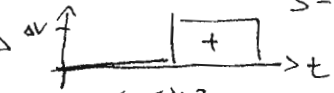
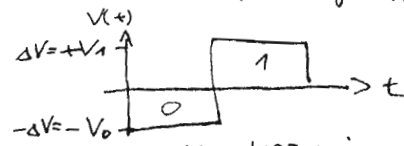


$$P_{e1} = P_{e0} = P_e = \frac{1}{2} \left[1 - \exp \left(-\frac{\Delta V}{2\sigma\sqrt{2}} \right) \right]$$

Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_e

- für unipolare } signale
- für polare }

ΔV ... Spannungsdiff. $V_1 - V_0$



$$S = \frac{S_1^2 + S_0^2}{2} = \frac{\left(\frac{\Delta V}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta V}{2}\right)^2}{2}$$

$$S = \left(\frac{\Delta V}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{N} = ?$$

$$\frac{\Delta V}{\sigma} = 2 \left(\frac{S}{N} \right)^{\frac{1}{2}}$$

LINE CODING: Wahl der HPulsform für 0 & 1
= Basisband Modulation

LINE CODE SYMBOLS

UNI POLAR NRZ

ON/OFF Keying

UNI POLAR RZ

0... Abwesenheit eines Pulses
orthogonal

$G(f) = \left| \frac{V(f)}{V(0)} \right|^2 \frac{V^2 T_0}{4}$

$B = \frac{1}{T_0}$

Spektralcomp. at DC

Braucht Non-Linear processing of clock time

Keine Sp. Komp. bei $f_0 \Rightarrow$ schlechte Taktrückgewinnung

• Werden 00K Signale über ein AC-gekoppeltes Leitung gesendet, verhalten sie sich in Polare (Da DC-gefiltert)

• Auch Verzerrung* bei AC-Kopplg $B \approx \frac{2}{T_0}$

signal droop bei langen 0-Folgen!

POLAR NRZ

POLAR RZ

0... Durch das inverse "1" Symbol

+ Leistungs & Sortir BGR Vorteil zu Unipolar! $B = f_0$

Keine DC-Leistung verloren!

Kein DC im Mittel! aber auch kein f_0 !

Taktrückgewinnung: Schwebig

+ Entscheidungsschwelle = 0V $B = 2f_0$

\Rightarrow Automatic Gain control ist nicht notwendig!

Kein DC-Teil!

Kein drittes bei f_0 , da 0 & 1 180° Phasenverschieben

Taktrückgewinnung: Gleich richten

DIPOLAR 00K

+ FÜR AC-gekoppelte Verbindungen $B = 2f_0$

Kein DC & Spektralanteil bei $f_0 \Rightarrow$ leichte Taktrückgewinnung

Spektralkomponente bei $f_0 \Rightarrow$ leichte Taktrückgewinnung

Manchester Coding

Atti... Alternate Mark Inversion, HD B3, wechseln die Polarität des 1-Symbols & lassen Code-Veränderung ein bei zu langer 0 oder 1 Folgen.

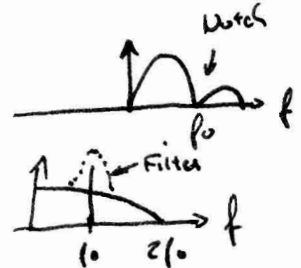
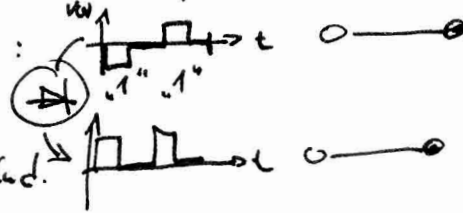
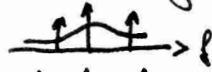
\rightarrow Bi POLAR RZ

12

TAKTRÜCKGEWINNUNG (TRG)

- Wird im Empfänger implementiert, um zusätzliche Clock-Leitung zu vermeiden.
- Unterschiedlich bei den verschiedenen Line-Codierungsarten.
- Line Codes mit Spektralen peak (Sinusanteil) lassen sich leicht durch schmalbandiges Filter zurückgewinnen. z.B.

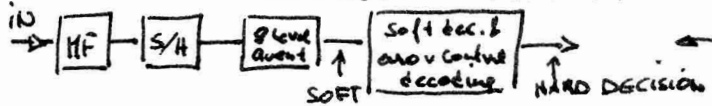
- UNIPOLAR RZ
- DIPOLAR OOK



- Bei BIPOLAR (Polar) RZ wird gleichgerichtet für TRG wie bei HDB3 1-Symb. abwechselnd.

- In anderen System TRG durch Null-Durchgang -detektion des Signals
- TIME-SITTER: Zeitversatz der Symbole
- Allgemein wird ein Oszillator auf den Takt eingestrichelt, um in längeren 0-Pausen den Takt mit seiner natürlichen Schwingung aufrecht zu erhalten

ENTSCHEIDUNGSTHEORIE



- SOFT: ~~2 Stufen (0, 1)~~ Mehrere Stufen (multilevel) (z.B. 8)
- HARD: 2 Stufen (0, 1)

Wird dann nach dem einige PCM-Werte analysiert werden & Parameter definiert nach einem Algorithmus zu einer HARD decision.

2 Haupt-Entscheidungskriterien

1) BAYES: Für binäre Kommunikation

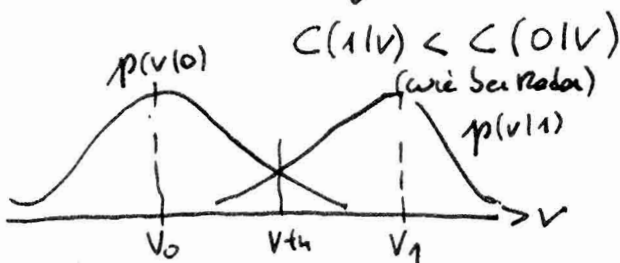
- Setzt a priori -Verteilung des Datenstromes voraus (Quellen-Statistik)

$$\frac{p(V|0)}{p(V|1)} < \frac{C_0 P(1)}{C_1 P(0)} = L_{th}$$

Likelihood threshold (z.B. 1 bei Max. Likelihood)

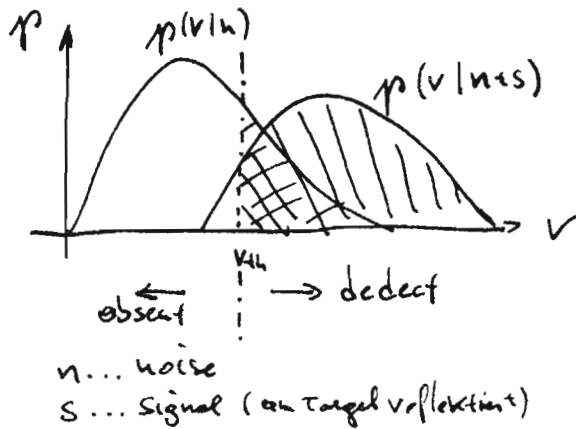
$C_0 \dots$ Kosten für Falsche Null
 $P(1) \dots$ Wahsch. dass 1 geschickt wurde
 $C_1, P(0) \dots$

$p(V|0) \dots$ bedingte W. dichte, dass Spannung V gemessen wenn 0 geschickt



2) Nayman-Pearson

- Keine „Vorhersage (a priori)“ notwendig, nur a posteriori ($P(D, V)$)
- Spannung V gemessen, sollte eine Null sein \leftarrow
- Wird bei Radar eingesetzt, wo natürlich keine Quellen-Verteilungswahrscheinlichkeit angegeben werden kann. (auch bei $C_0 \gg C_1$)
- > Schlimme einen zu übersehen!



$$P_D = \int_{V_{th}}^{\infty} p(v|n+s) dv$$


$$P_{FA} = \int_{V_{th}}^{\infty} p(v|n) dv$$

OPTIMUM FILTERING

2 Techniken:

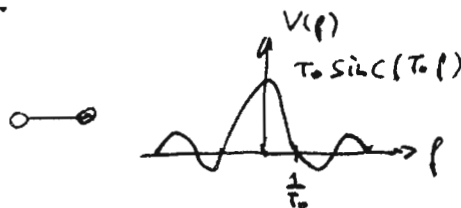
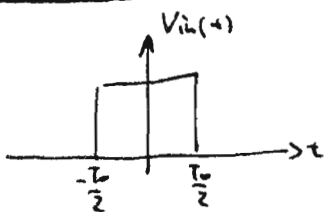
- 1) PULS SHAPING | vor der Übertragung \Rightarrow ISI frei
- 2) SNR Max. | bei der Abtastung beim Empfänger \Rightarrow ITF Kanal

Motivation:

Bandlimitierung durch schlechten Kanal (RC - Tiefpass )

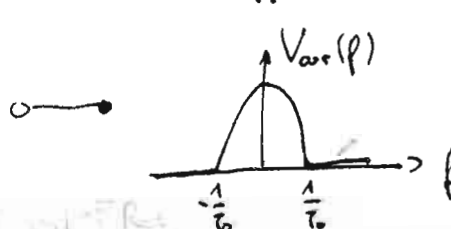
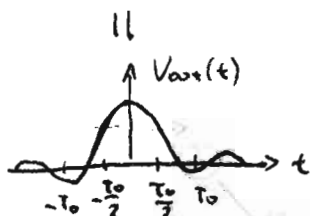
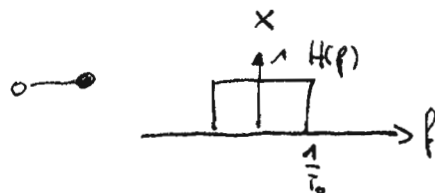
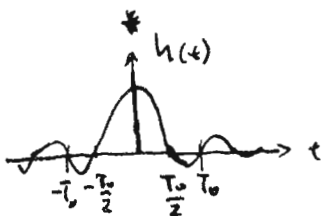
$$V_{out}(t) = V_{in}(t) * h(t)$$

$h(t) \dots$ \sqrt{t} -Filter (RC)



o An den Abtastzeitpunkten würde ein vorhergegangener Puls einen Beitrag liefern

BER \downarrow



ideale Bandlimitierung

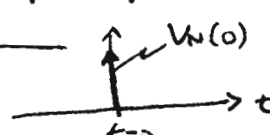
das ist ein Filter, das die Bandlimitierung überträgt

ISI-FREIES SIGNAL:

- Hat bei allen Abtastzeitpunkten (bis auf einen) den Wert 0.
(\Rightarrow für alle anderen Zeitpunkte ist's ja egal)

$V_N(t)$... ISI free signal nT_0 ... Abtastzeitpunkte

$$V_N(t) \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_0)}_{\text{Abtastung von}} = V_N(0) \delta(t)$$

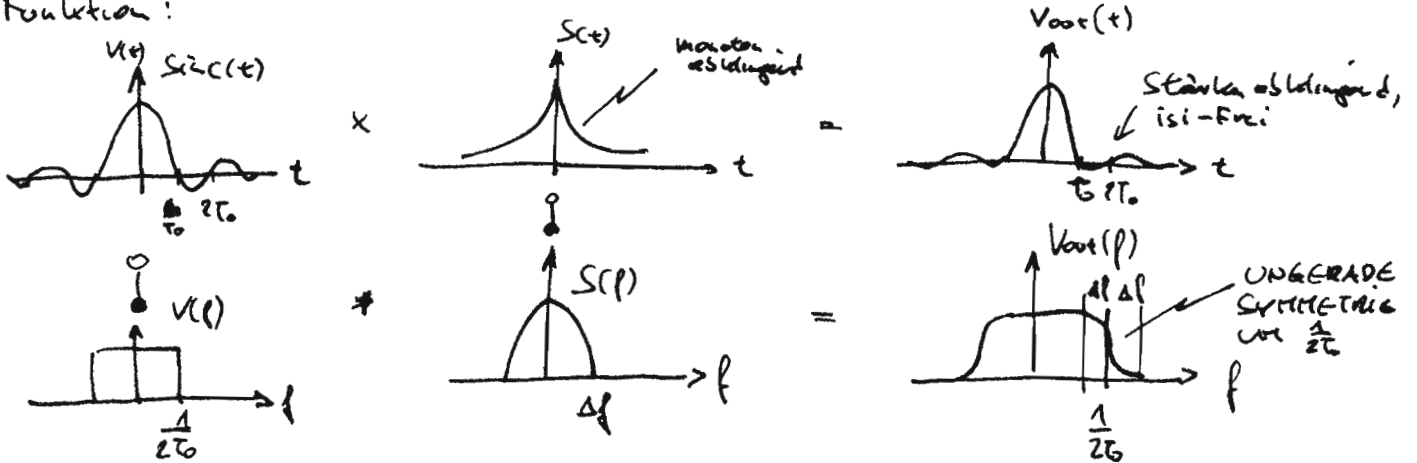
ergibt 

Beispiel für ISI-freies Signal: Sinc(t)

- sind aber nicht realisierbar \rightarrow kein linearphasiges Lowpass Filter möglich
- klingt nur mit $1/t$ ab

Praktischere Form, die schneller abklingt:

Kombination des Sinc(t) - Pulses mit einer streng monoton abklingenden Funktion:



\Rightarrow Andere, bessere Def. für ISI-freie Signale:

ISI-freies Signal hat im Frequenzbereich ungerade Symmetrie um $1/2T_0$

Man "baut" aus einem Low-pass-Filter & der ungeraden Symmetrie die ISI-freien Signale

\Rightarrow Raised Cosine Filter

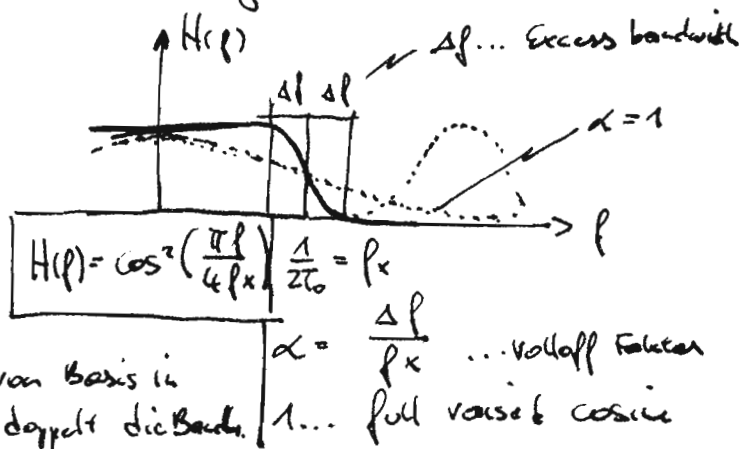
$B = \frac{1}{2T_0} (1 + \alpha)$... Basisband

$B = 2 \cdot \frac{B_s}{2} (1 + \alpha)$... Bandpass

o Phase ist linear

\hookrightarrow transf. von Basis in

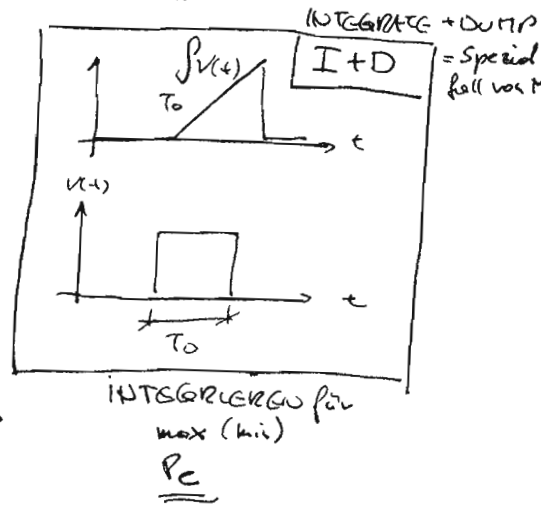
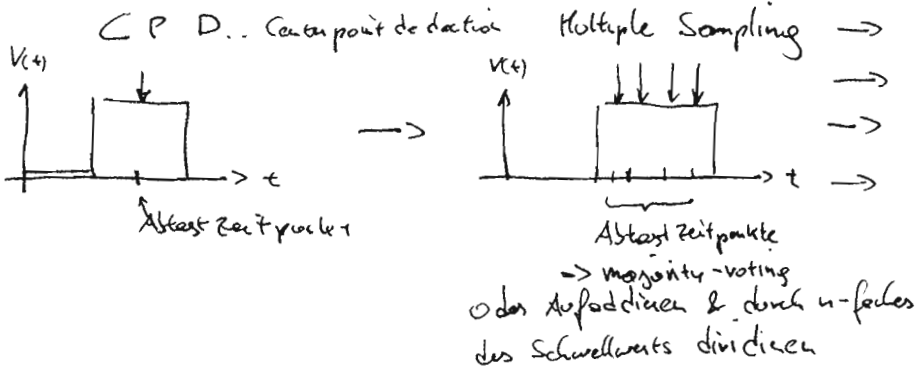
Bandpass doppelt die Bandw.



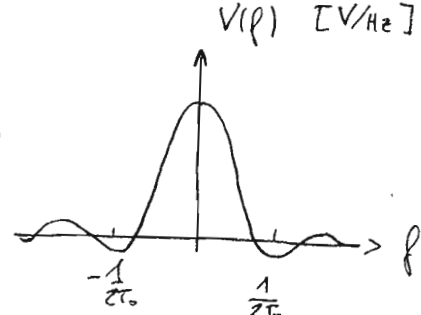
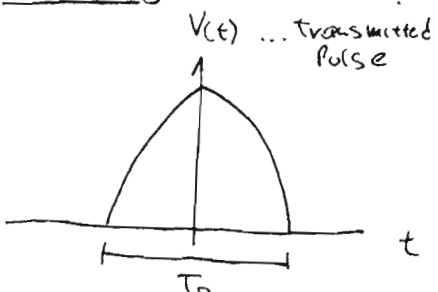
MATCHED FILTER

S 280

- Der MF liegt vor dem S & H-Glied im Empfänger und maximiert das SNR



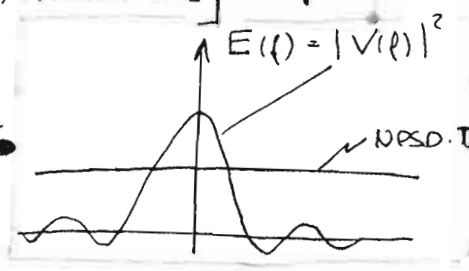
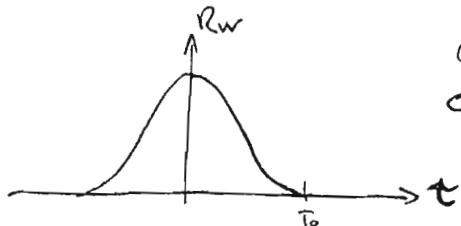
Herleitung:



FÜR max. SNR muss das Quadrat des Ampl. resp. des MF gleich der Form des Energie dichte spektrums des Pulses sein:

$$|H(f)|^2 = K^2 |V(f)|^2$$

Autokorrelationsfunktion $R_w(\tau) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} V(t) V(t-\tau) dt [V^2]$ ← für periodische, Puls ist aber transient:



$$R_w(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) V(t-\tau) dt [V^2 s]$$

Einschub: AKF, KF

1) Korrelationsfunktion: Ähnlichkeitsmaß zweier Funktionen (TRANSIENT)

$$R_w(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) W(t-\tau) dt \Rightarrow \text{Ähnlichkeit von } V \text{ und } \tau \text{ verschobener } W$$

⇒ ist aber von der Amplitude und der Ähnlichkeit abhängig. Um die Amplitudenabh. Weg zu bekommen wird die KF normiert. ⇒ div. durch (normierte) Energien

$$S_w(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} V(t) W(t-\tau) dt}{\sqrt{\int |V(t)|^2 dt} \cdot \sqrt{\int |W(t)|^2 dt}} \begin{cases} +1 \dots \text{bei exakter Gleichheit} \\ 0 \dots \text{orthogonale Funktionen (z.B. sin, cos)} \\ -1 \dots \text{bei exakter Gleichheit wenn 1 phas. negativ.} \end{cases}$$

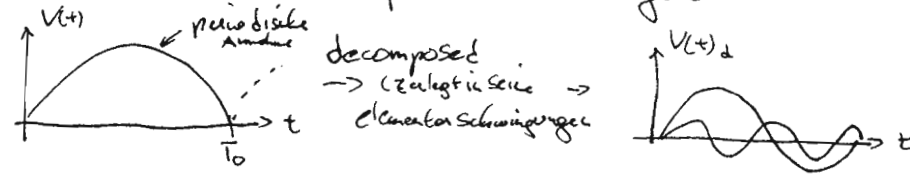
[Signalangabe]

Übertragungsfunktion HF:

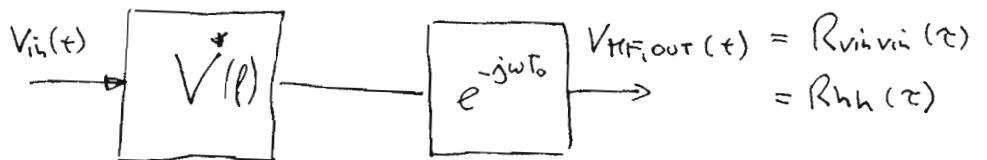
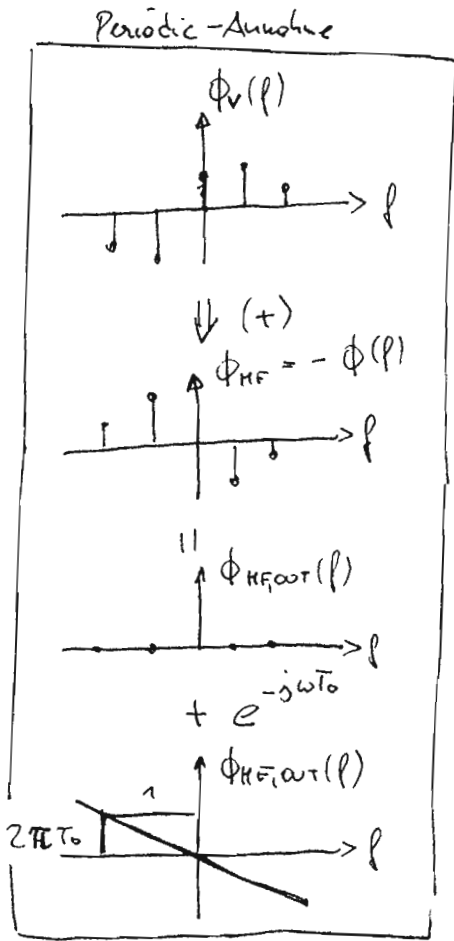
$$|H(f)|^2 = k^2 |V(f)|^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} H(f) = k V^*(f) e^{-j\omega T_0}$$

$$\Phi_{HF} = \underbrace{-\Phi_V}_{\text{Phasenverschiebung um } T_0, \text{ um den Filter realisierbar zu machen}} - \underbrace{2\pi f T_0}$$

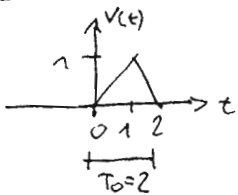
Erzeugung eines Nullphasenspektrums am Ausgang des HF um konstruktive Interferenz zu erzeugen



mit $-\Phi_V$ werden alle Phasen in faser gelöst
 \Rightarrow konstruktive Interferenz führt zu max. Signalleistung am Abtastzeitpunkt.



BSP: HF-Ampl. response of $\sim(t-1)$



$$V(f) = \text{sinc}^2(f) e^{-j\omega T_0} \quad T_0=1$$

$$H(f) = k V^*(f) e^{-j\omega T_0} = \text{sinc}^2(f) e^{j\omega} e^{-j\omega 2} = \underline{\underline{\text{sinc}^2(f) e^{-j\omega}}}$$

Die Impulsantwort $h(t)$ des HF ist:

mit der inv. Fourierttransformation:

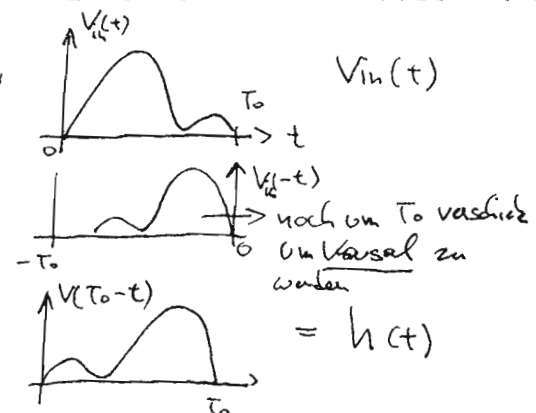
$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j\omega t} df$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j\omega t} df \quad \text{mit } H(f) = k V^*(f) e^{-j\omega T_0}$$

$$h(t) = k \left[\int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j\omega(T_0-t)} df \right]^* = k V^*(T_0-t)$$

$$h(t) = k V_{in}^*(T_0 - t)$$

↑ verschoben
 ↑ zeitliches



\Rightarrow Faltung von $V_{in}(t) * h(t) = R_{HH}(\tau) = R_{VV}(\tau) = R_{VV}(\tau)$
 Ausgang des HF ist die Autokorrelationsfkt.
 17

2) Kreuzkorrelation: Ähnlichkeitsmaß zweier Funktionen (PERIÖDISCH)

$$R_{pq}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} p(t) q(t-\tau) dt$$

Normalisierte Version:

$$g_{pq}(\tau) = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} p(t) q(t-\tau) dt}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |p(t)|^2 dt} \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |q(t)|^2 dt}}$$

} $g_{pq}(\tau)$ ist wie die $R_{pq}(\tau)$ bei p, q normalisiert auf 1 Mess

norm. Leistung von q

3) AUTOKORRELATIONS FUNKTION

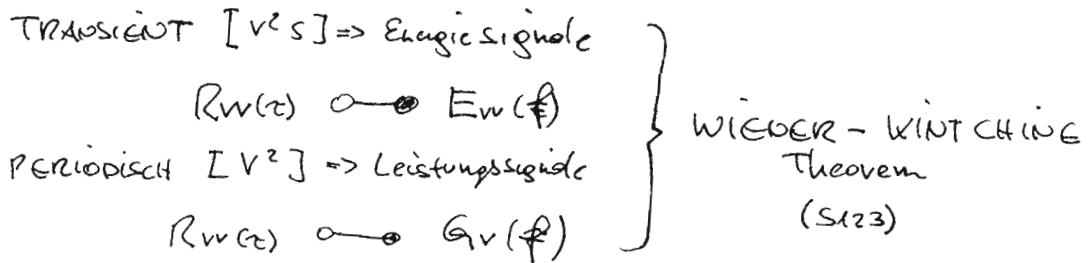
-Ähnlichkeit des Signals mit einer um τ verschobenen Kopie v. sich selbst.

$$R_w(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) v(t-\tau) dt \quad \dots \text{ für Transiente Signale } [V^2s] \Rightarrow \text{Energie}$$

$$R_w(\tau) = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} v(t) v(t-\tau) dt \quad \dots \text{ für periodische Signale } [V^2] \Rightarrow \text{norm. Leistung}$$

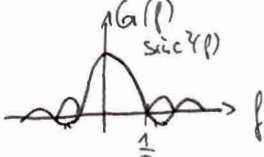
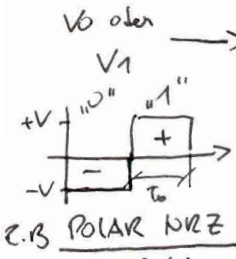
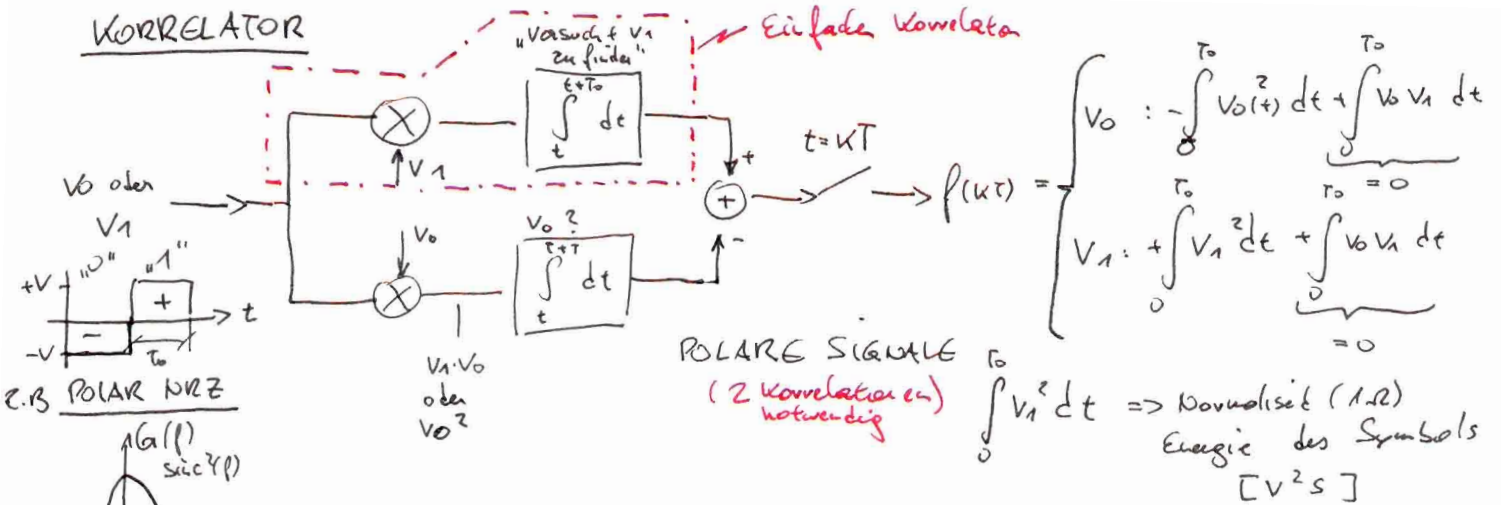
Eigenschaften:

- 1) $R_w(\tau)$ ist real
- 2) $R_w(\tau)$ ist symmetrisch um $\tau=0$
- 3) $R_w(\tau)$ hat sein Maximum bei $\tau=0$
- 4) $R_w(\tau)$ Zusammenhänge:



weiter matched filter
↓

KORRELATOR



SNR : $\frac{S}{N} = \frac{2 E_s}{N_0}$

$N_0 \dots$ LDS des Rauschens (z.B. white PSD = $10 \text{ nV}^2/\text{Hz}$)

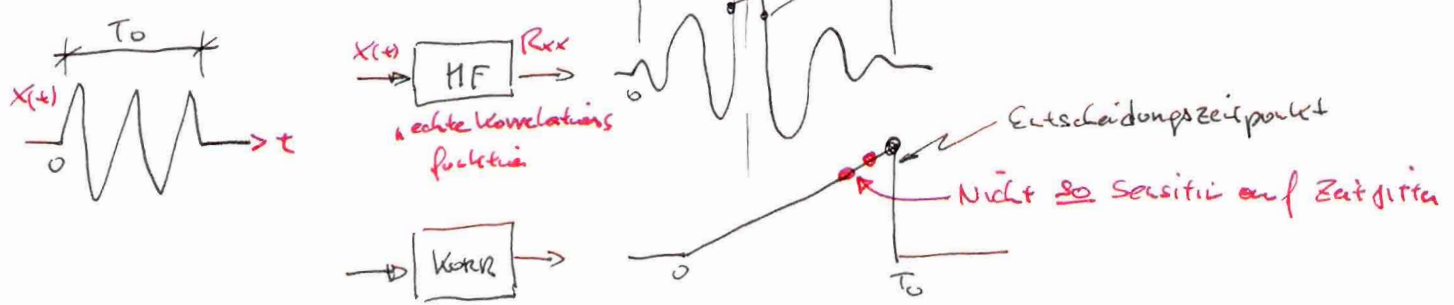
\Rightarrow SNR hängt NUR von der Signalenergie des Symbols ab und vom LDS des Rauschens.

Gewinn HF zu CPD :

$$\frac{\left(\frac{\Delta V}{\sigma}\right)_{\text{HF}}}{\left(\frac{\Delta V}{\sigma}\right)_{\text{CPD}}} = \sqrt{2} (T_0 B)^{\frac{1}{2}}$$

• Vorteil: Einsparung an Senderleistung (z.B. 3dB) mit d

Unterschied HF & Korrelator



- Wenn perfekt synchronisiert bieten beide das selbe Ergebnis
- Korrelator braucht umsetzung ins Basisband.

ROOT RAISED COSINE

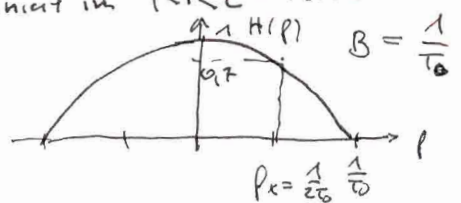
Da bei vernachlässigung des Übertragungskanals ($H_K(f) = 1$) die Nyquist-Filtrung für ISI-Freiheit zwischen Sender & Empfänger aufgeteilt werden kann (also nicht nur beim Sender) und kann

$$H_T^*(f) = H_R(f) \quad \text{wähler kann,}$$

Kann kann Nyquist filtration und Matched Filter-Filtration kombiniert im RRC-Filter realisieren

$$H_T(f) = H_R(f) = \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi f}{2f_x}\right)}$$

$$f \leq 2f_x$$



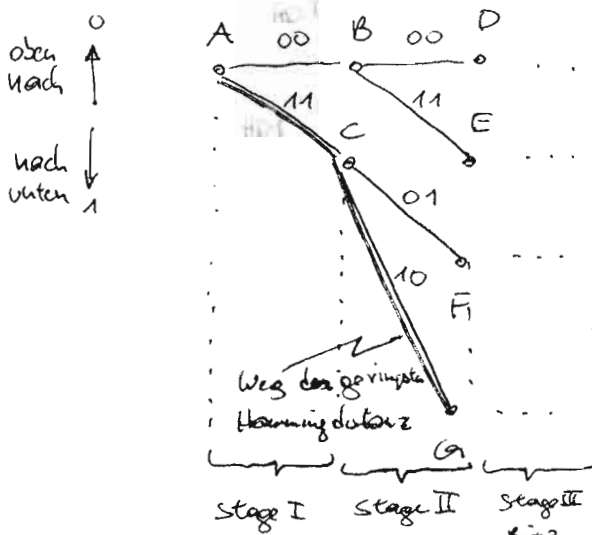
VITERBI DEKODIERUNGsalgorithmus

- Dekodiert Faltungscodes (entstehen durch die Faltung des Eingangssignals mit den (sind keine systematischen Impulsantwort des Encoders)

- Dekodiert große Datenblöcke auf einmal mit der **nearest neighbour Strategie**

→ minimale Hammingdistanz (HD)

Ablauf: (über Trellis Diagramm)



Code Folge am Eingang:

Eingangs: 10 10 00 ...
Ausgangs: 1111 2111 3111 4111 ...

→ aufteilen in 2n Blöcke

→ wird nach dem decodieren nur mehr halb so lang
10 bits → 5 bits

stellen(bit)weise vgl.
und zählen 1010010
0101010

$$\frac{11+11}{11+11} = 0$$

Bit I: Block 10: war es eine 0 (oben Zweig) → zu B
→ HD 00 - 10 = 1
war es eine 1 (unten Zweig) → zu C
→ HD 11 - 10 = 1
⇒ beide HD übertragen

(da beide HD gleich ⇒ beide Pfade gleichwahrsch.)

Bit II: Block 10: ausgehend von B & dem von C

Ⓟ: war es eine 0 (oben) → D HD = 1
1 (unten) → E HD = 1

Ⓠ: war es eine 0 (oben) → F HD = 2
1 (unten) → G HD = 0!

Bit III: etc.

Das decodierte Ausgangs bitmuster setzt sich nun aus dem Weg durch das Trellis-Diagramm zusammen. In diesem Fall:

A → C (nach unten) : 1
C → G (nach unten) : 1
: (nach oben) : 0
:
:

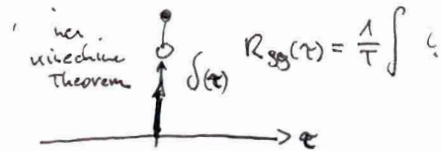
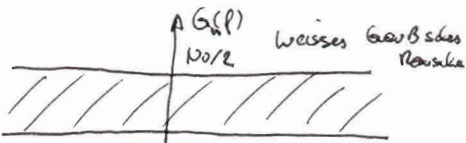
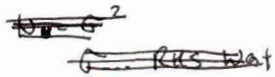
BAUDPASS MODULATION eines Trägersignals

- SINUS SIGNALE WERDEN MODULIERT
auf verschiedene ARTEN

Informationssignal moduliert Träger

EINSCHUB RAUSCHEN:

Noise Power Spectral Density N_0



N ... Normalisierte Gaußsche Noise Power

$$N = \sigma^2$$

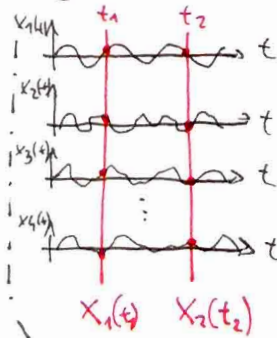
σ ... Standardabweichung der Noise-Spg
(da die noise-Spg keinen DC-Wert hat ist $\sigma = \sqrt{N_{RMS}} \Rightarrow N = \sqrt{N_{RMS}}^2 = \sigma^2$)

Random Prozess $X(t)$

Aus einer Reihe von Samplefunktionen $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$

wird zu einem Zeitpunkt jeweils deren Wert der Funktionen zusammen gesammelt ($X(t)$)

(besteht aus n Werten (der Ensemble))

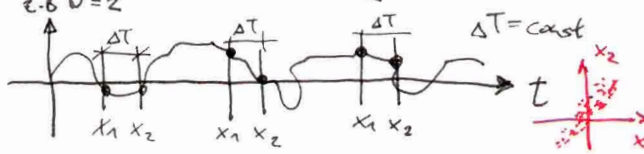


Verschiedene Real. Prozesse

Gaußsche Prozesse:

im strengen Sinne: (thermisches Rauschen)

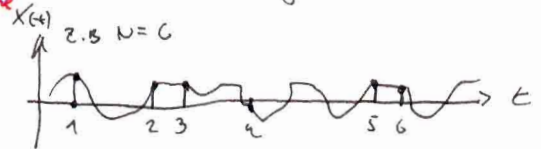
- Wenn alle Zufallsvariablen x_1, x_2, \dots, x_n eine N -Dimensionale gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung haben
strenger Gauß = agodischer Gauß
z.B. $N=2$



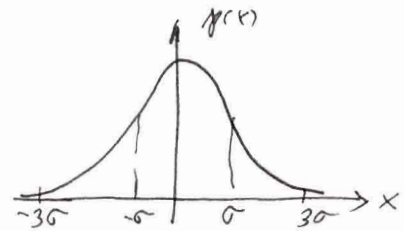
Die Samples x_1, x_2 , die immer mit dem gleichen Abstand ΔT voneinander dem Zufallssignal entnommen wurden haben eine N -DIM. gemeinsame Gaußf. Wahrscheinlichkeitsverteilung - (Konstantplot) SCARTOGRAMM

im weiteren Sinne:

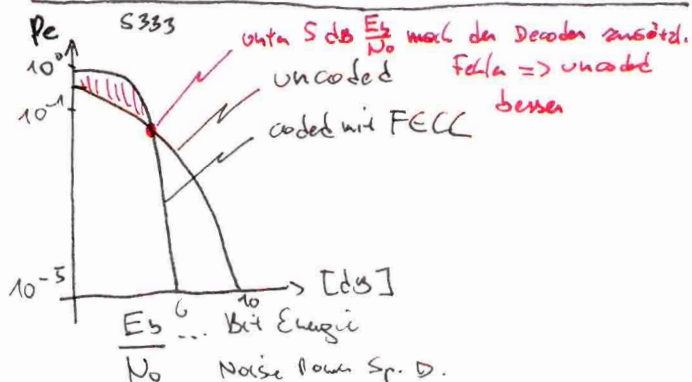
- Es werden nicht mehr in gleichen Abständen für die N -stuek Zufallsvariablen Werte entnommen, sondern einfach n -stücke an einem beliebigen Zeitpunkt:



Sind diese N -stuek Werte normal (Gaußf.) verteilt ist die gesuchte Sample funkt $X(t)$ zu einem Gauß-Prozess.



Threshold-Phänomen bei Forward Error Control Cod.



- Beweggründe für die Modulation auf

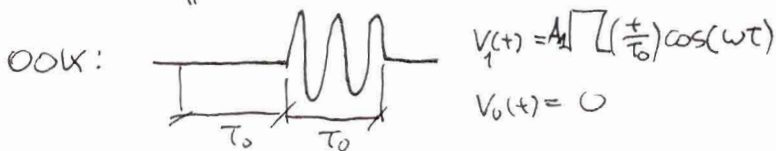
(IF) ... Intermediate Frequency (Zwischen-Freq.)

(RF) ... Radio Frequency

- ⊕ günstigere Filter
- ⊕ Freq. Multiplex
- ⊕ effiziente Antennen
- ⊕ erlaubte Bänder, gekaufte Bandbreite irgendwas

1) BASK Binary Amplitude Shift Keying (+OOK)

"0" "1"



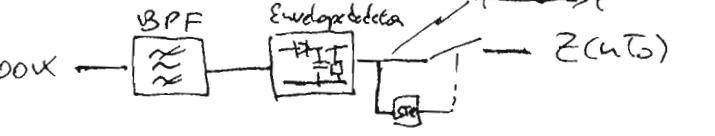
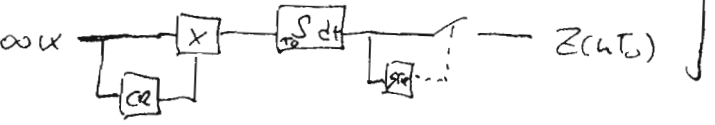
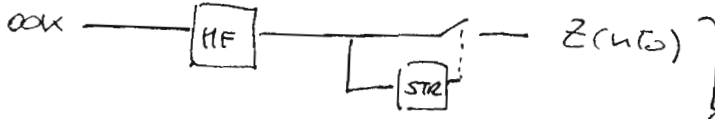
Allgemein: 2 verschiedene Amplituden.

Phasendiagramm OOK: $D_{00} = 1$ "Platzhalter"

OOK - Empfänger

input:

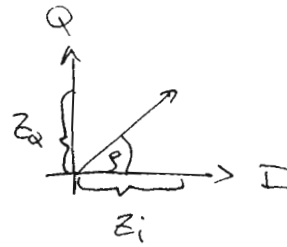
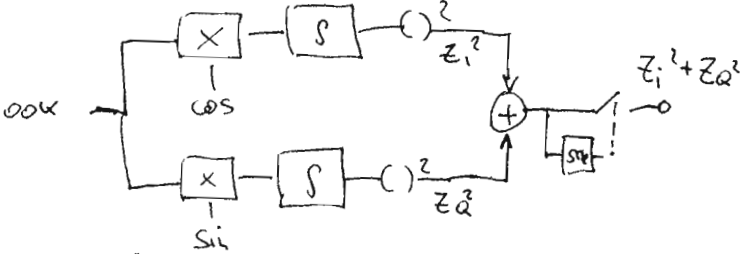
Output:



Kohärente Receiver
↳ Benötigt info über Phase

Quasi Kohärent

1/Q - Receiver: Inphase / Quadraturphase (ähnlich wie bei Polar NRZ Korrelator)
cosinus / Sinus



Inkohärent
↳ keine info über die Phasenlage des Trägersignals notwendig,
S/N: 1 dB schlechter als kohärente
=> trotzdem vorteilhaft!

- Scheint wesentlich aufwendiger, ist aber in Vgl. zu Filter, etc. kosten günstiger zu implementieren.

Erwartungswert
mittl. Energie $\langle E \rangle = \frac{1}{2} [E_1 + E_0]$ bei OOK = $\frac{E_1}{2}$

$N = N_0 B$

$P_e = \frac{1}{2} [1 - \text{erfc}(\frac{\sqrt{E}}{\sqrt{N_0}})]$ OOK, IF Modulation BASK

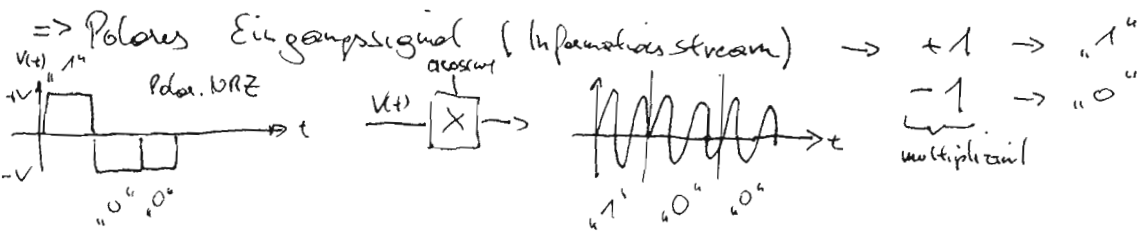
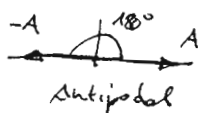
Für minimale Bandbreite: $T_0 B = 1 \Rightarrow \frac{\langle E \rangle}{N_0} = \frac{C}{N}$... Mittlere Carrier Power

2) BPSK & PRK => Benötigt natürlich kohärente Detektion (außer Trägersignalphase angepasst)

- Information 0 & 1 wird in Trägerphasenmodulation verpackt

$f(t) = \begin{cases} A \sqrt{\frac{2}{T_0}} \cos(\omega t) & \text{"1"} \\ A \sqrt{\frac{2}{T_0}} \cos(\omega t + \varphi) & \text{"0"} \end{cases}$

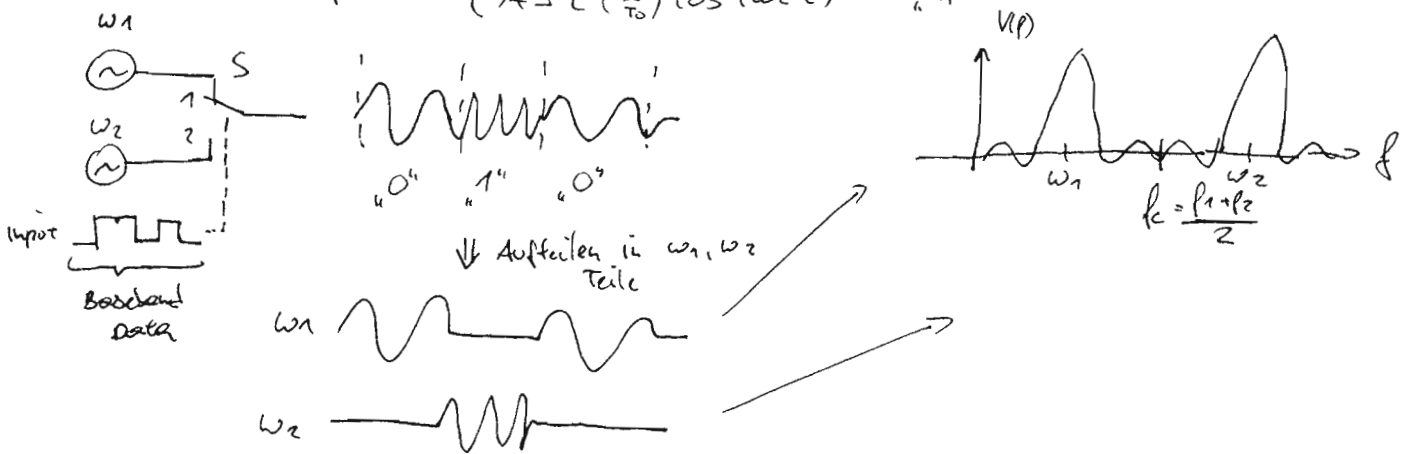
Phasor states:



3) BINARY FREQUENCY SHIFT KEYING

- 0 & 1 als 2 verschiedene Frequenzen darstellen:

$$p(t) = \begin{cases} A \sqrt{\frac{1}{T_b}} \cos(\omega_1 t) \\ A \sqrt{\frac{1}{T_b}} \cos(\omega_2 t) \end{cases}$$



0 kann kohärent und inkohärent detektiert werden (nicht inkohärent) → CNR degradation 1dB

- Shannon Hartley channel-Kapazitätstheorem (siehe Datenkomm.)

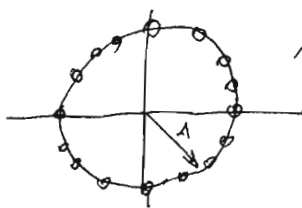
$$R_{max} = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \text{ bit/s}$$

↑ Kanal mit Bandbreite b

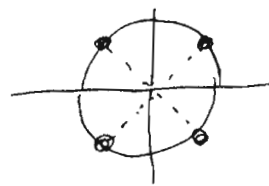
4) M-PSK M-Phase SHIFT KEYING

Anstatt 2 Phase States gibt es nun M -Stück.

Das wird üblicherweise in einem Konstellationsdiagramm visualisiert:



oder auch 4-PSK = QPSK



realisiert aus 2 PPK Signalen, die Quadratur Signale $\cos \omega t$ & $\sin \omega t$

Biterrorrate:

$$P_b = \frac{P_e}{M} = \frac{P_e}{\log_2(M)}$$

Häufigster Fehler ist natürlich die Verwechslung von 2 benachbarten States

SOURCE CODING

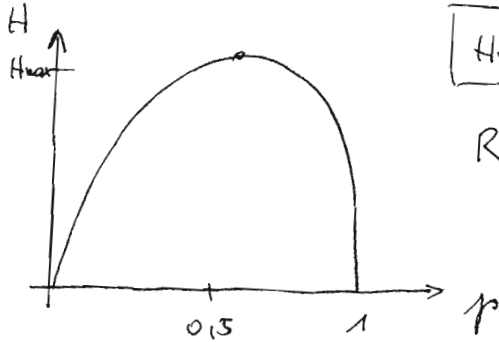
= reduziert die mittlere Anzahl an Symbolen die eine Nachricht zur Verfügung ist

Informationsinhalt einer message $I_m = -\log P(m)$

$P(m) = 1 \dots$ kein Informationsgehalt
 $P(m) = 0 \dots$ so viel info

Entropie einer binären Quelle (H)

L> Mittlere Menge an Information pro Symbol



$$H_{max} = \log_2(M)$$

M... Anzahl der Symbole

$$\text{Redundanz } R = H_{max} - H$$

- Source Coding ändert den Quellen Informationsinhalt H nicht. (Dies ist eine Eigenschaft der Quelle)

aber es maximiert die Entropie der Symbole

- & reduziert Fluktuationen in der Informationsrate

- Codeeffizienz: $\eta_{code} = \frac{H_{max}}{H_{max}} \cdot 100\%$

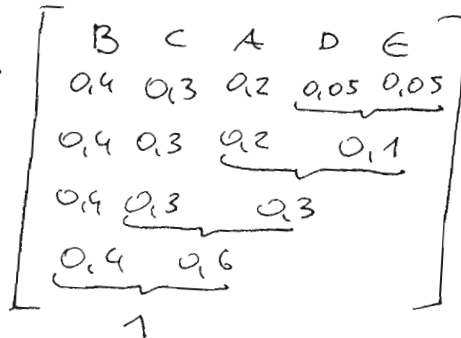
HUFFMAN-CODE

- 2 Schritte: 1) REDUKTION
 2) AUFTEILEN

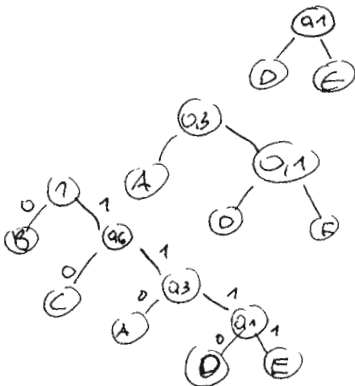
a) Ordnen der Symbole (Stimmrate) nach Wahrscheinlichkeiten

z.B. $M=5$ A, B, C, D, E
 0,2 0,4 0,3 0,05 0,05

B C A D E
 0,4 0,3 0,2 0,05 0,05



=>
=>
=>



- B: 0 ← Codewort
 C: 10 ← kleinstes Symbol für das wahrscheinlichste Symbol.
 A: 110
 D: 1110
 E: 1111