Test

Telekommunikation

Cheesey

22.06.2010

Inhaltsverzeichnis

Gruppe A

Beispiel 1

Ein Datenstrom mit Symbolen aus $GF(2) = \mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$ wird mit Hilfe eines Faltungscodes gesichert. Der Coder verwendet die beiden Polynome $p_1 = 1 + x$ und $p_2 = x + x^2$. An Datenblöcke von jeweils 3 Bits werden zwei 1-Bits angehängt, um den Coder in einen definierten Ausgangszustand zu bringen. Am Entscheiderausgang eines Kommunikationssystems wird das Datenwort $r = (1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$ empfangen.

1. Welche Coderate besitzt der Code?
2. Ist der Code systematisch?
3. Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm des Encoders.
4. Dekodieren Sie mit Hilfe des Viterbialgorithmus die empfangene Datenfolge.
5. Statt 3 Bits werden 25 000 Bits in einem Block übertragen. Welche Datenfolge ergibt sich, wenn die gegebene Empfangsfolge als Beginn dieses Blocks interpretiert wird?

Beispiel 2

Ein Sprachsignal soll mittels PCM über Glasfaser übertragen werden. Das SN_qR soll für volle Aussteuerung mindestens 52dB betragen. Die Audiobandbreite wird mit einem Tiefpassfilter mit der Eckfrequenz von 3,4kHz begrenzt, wobei dieses Anti-Aliasing-Filter ab 4kHz eine ausreichende Dämpfung gewährleistet. Das PCM-Signal wird mit gleichartigen Signalen mittels Multiplex zu einem Datenstrom mit 622 Mbit/s kombiniert und mittels On/Off-Keying übertragen. Der Empfänger besteht aus einer Lawinenphotodiode mit anschließender Center Point Detection. Die Photodiode liefert unabhängig vom Eingangssignal einen mittelwertfreien gaußverteilten Rauschstrom der normierten Leistung $25 \cdot 10^{-12} A^2$.

1. Skizzieren Sie das Übertragungssystem.
2. Wie groß ist die kleinste verwendbare Abtastfrequenz?
3. Welche Bitrate ergibt sich?
4. Wie hoch darf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei der Übertragung maximal sein, wenn sich das SN_qR durch Bitfehler bei der Übertragung um maximal 6dB verschlechtern darf?
   Anmerkung: $SN_qR_{out} = \frac{SN_qR}{1+4 \cdot SN_qR \cdot P_e}$
5. Wie groß muss der Ausgangsstrom der Photodiode für ein „1"-Symbol dann mindestens sein?

Beispiel 3

Am Institut für Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik wir derzeit eine Satellitenfunkstelle errichtet. Für die Datenübertragung wird eine Parabolantenne mit einem Durchmesser von 3,6m und einer Gesamteffizienz von 95% angeschafft. Direkt an die Antenne wir ein LNA (Low Noise Amplifier) mit einem Gewinn von 15dB und einer Rauschzahl von 0,8dB angeschlossen. Von dort wird das empfangene Signal im S-Band bei 2,3GHz über ein Kabel mit einem Verlust von 5dB zu einem Empfangskonverter geführt, der das Signal um 30dB verstärkt, bei einer Rauschzahl von 4dB. Das Ausgangssignal des Konverters wird einem Satellitenmodem zugeführt, das mit einem signalangepassten Filter ausgerüstet ist. Die Empfindlichkeit dieses Modems ist 6dB schlechter als die theoretische Grenze.

Die Datenübertragungsrate erfolgt mittels PRK und wird mit einem Faltungscode mit Coderate $R = \frac{7}{8}$ gesichert, $T_0B = 1,5$. Ein durchschnittlicher Überflug eines LEO (Low Earth Orbit)-Satelliten dauert 8 Minuten, wobei der Satellit am Horizont 2 000km entfernt ist. In dieser Zeit sollen 10^7 Byte übertragen werden, die Bitfehlerwahrscheinlichkeit des codierten Datenstroms darf 10^{-6} nicht überschreiten. Die Hintergrundtemperatur der Empfangsantenne beträgt 50K.

1. Skizzieren Sie den Sachverhalt.
2. Berechnen Sie die benötigte Datenrate.
3. Berechnen Sie den Gewinn der Empfangsantenne.
4. Berechnen Sie die Gesamtrauschzahl des Empfangssystems.
5. Gegen Sie das minimale SNR am eingan des Satellitenmodems an, um die geforderte Datenübertragung durchführen zu können.
6. Berechnen Sie die benötigte minimale Sendeleistung eines Satelliten, der mit einer Antenne mit einem Gewinn von 0dB bezogen auf den Isotropstrahler ausgerüstet ist, um die geforderte Datenübertragung mit der gegebenen Empfangsstation durchführen zu können.

Gruppe B

Beispiel 1

Gegeben sei ein Funksystem mit Root-Raised-Cosinus-Sende- und Empfangsfilter. Im Folgenden sollen die Modulationsformate 4-PAM und QAM verglichen werden. Die gleichwahrscheinlichen Sendesymbole seien

$$\chi_{4-PAM} \in \left\{ -\sqrt{\frac{18}{5}}, -\sqrt{\frac{2}{5}}, \sqrt{\frac{2}{5}}, \sqrt{\frac{18}{5}} \right\}$$

bzw.

$$\chi_{QAM} \in \{1+j, 1-j, -1+j, -1-j\}.$$

Der Kanal füg dem Sendesymbol $X \in \chi$ additives weißes Rauschen Z hinzu. Empfangen wird

$$Y = X + Z$$

Das Rauschen Z ist statistisch unabhängig von den Sendesymbolen X und ist exponentiell verteilt mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$p_Z(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ e^{-z}, & z \geq 0. \end{cases}$$

Beachten Sie, dass *nur* der Realteil verrauscht ist.

1. Skizzieren Sie die Konstellationsdiagramme beider Modulationsformate.
2. Skizzieren Sie für QAM und 4-PAM die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen
   a) $p_{Y|X}\left(y|x = x^{(1)}\right)$,
   b) $p_{Y|X}\left(y|x = x^{(2)}\right)$,
   c) $p_{Y|X}\left(y|x = x^{(3)}\right)$,
   d) $p_{Y|X}\left(y|x = x^{(4)}\right)$,
   e) $p_X(x)$ und $p_Y(y)$
   wobei $x^i \in \chi$ die Symbole bezeichnet.
3. Für welche Wertebereiche von Y soll sich der Empfänger für die jeweiligen Symbole bei QAM und 4-PAM entscheiden?
4. Wie groß ist die Gesamtsymbolfehlerwahrscheinlichkeit $P\{\varepsilon_{4-PAM}\}$ bzw. $P\{\varepsilon_{QAM}\}$
5. Berechnen Sie die mittlere Symbolleistung P_{4-PAM} bzw. P_{QAM}
6. Vergleichen Sie QAM und 4-PAM anhand ihrer Symbolfehlerwahrscheinlichkeiten und der mittleren Symbolleistungen.

Bemerkung: Um das Schriftbild übersichtlich zu halten verwenden Sie bitte die hier verwendete Notation un achten Sie auf die Beschriftung der Diagramme.

Beispiel 2

Ein Codierer bildet ein Datenwort **u** folgendermaßen auf ein Codewort **c** ab:

$$u = (u_0, u_1) \mapsto c = (u_0, u_1, c_0, c_1, c_2), \quad u_i, c_i \in GF(2) = \mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$$

wobei

$$c_0 = u_0 + u_1, c_1 = u_1 \quad \text{und} \quad c_2 \begin{cases} 1, & u_0 = 1 \quad \text{oder} \quad u_1 = 1, \\ 0, & sonst. \end{cases}$$

Der verwendete Übertragungskanal weist eine Bitfehlerwahrscheinlichkeit von $P_b\{\varepsilon\} = 10^{-2}$ auf.
(Bemerkung: mit $c_0 = u_0 + u_1$ ist XOR gemeint, also $c_0 = 1$ bei $u_0 = 1 \wedge u_1 = 0$ bzw. $u_0 = 0 \wedge u_1 = 1$, sonst ist $c_0 = 0$. Mit $u_0 = 1 \quad \text{oder} \quad u_1 = 1$ ist ein echtes OR gemeint, also $c_2 = 0$ wenn $u_0 = 0 \wedge u_1 = 0$ sonst ist $c_2 = 1$).

1. Welche Coderate besitzt der Code?
2. Geben Sie die verwendeten Codewörter an.
3. Handelt es sich um einen systematischen bzw. linearen Code? Begründen Sie!
4. Wie viele beliebig angeordnete Bit-Fehler können korrigiert und wie viele erkannt werden?
5. Konstruieren Sie eine Maximum-Likelihood-Decodiertabelle anhand von Punkt (4). Kreisen Sie die Worte ein, bei denen der Fehler detektierbar ist, und unterstreichen Sie die korrigierbaren.
6. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkennt der Decoder die Fehler im Block nicht? Begründen Sie Ihren Rechengang.

Beispiel 3

Es soll ein PSK-Übertragungssystem mit additivem weißen gaußschen Rauschen und M Symbolen entworfen werden. Folgende Parameter sind gegeben:

- Graycodierung der Sendesignale,
- Kanalbandbreite $B = 150kHz$
- Bitrate $R_b = 400kbit/s$,
- Bitfehlerwahrscheinlichkeit $P_b\{\varepsilon\} \leq 10^{-5}$,
- AWGN Kanal,
- Root-Raised-Cosinus-Sende- und -Empfangs-Filter mit $T_0 B = 1$

Lösen Sie folgende Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die Symbolanzahl M.
2. Zeichnen Sie das Konstellationsdiagramm und geben Sie eine geeignete Abbildung von Bits zu Symbolen an.
3. Geben Sie das benötigte CNR unter Berücksichtigung der Graycodierung an.

Gruppe C

Hinweis

Es sei das Einheitsrechtecksignal $p(t)$ und das Dreieckssignal $\Lambda(t)$ definiert durch

$$p(t) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} \leq t < \frac{1}{2} \\ 0, & sonst \end{cases} \quad \text{und} \quad \Lambda(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| < 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}$$

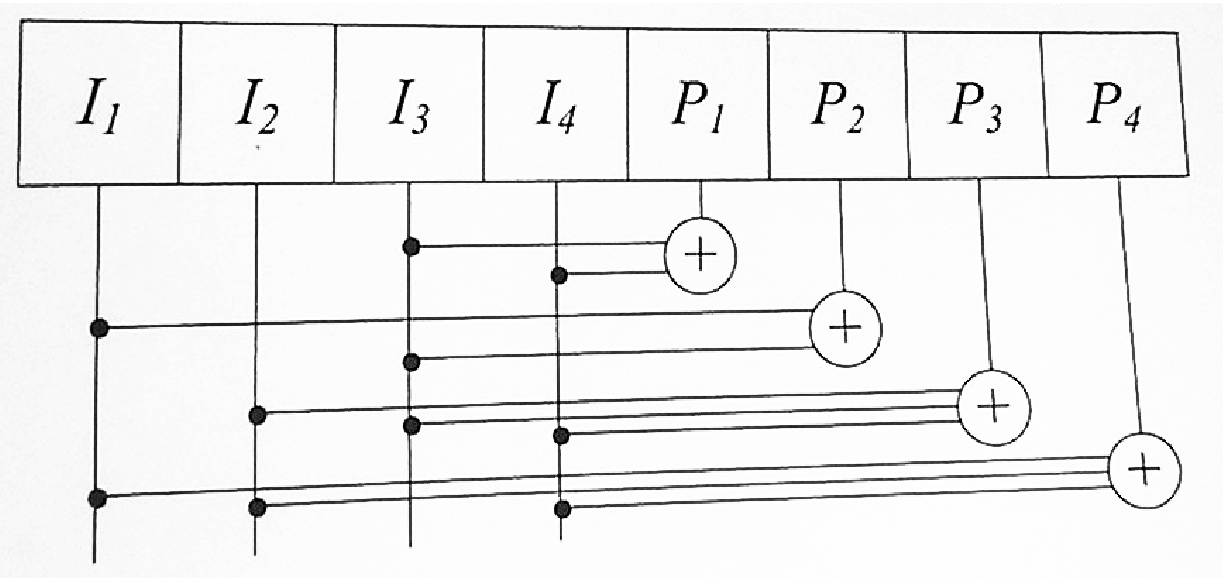
Die Errorfunktion erf($\cdot$) bzw. die komplementäre Errorfunktion erfc($\cdot$) entnehmen Sie beigelegter Tabelle.

Beispiel 1

Betrachten Sie einen systematischen lienearen Blockcode über $GF(2) = \mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$. Der Aufbau eines Codewortes ist durch

$$c = (I_1, I_2, I_3, P_1, P_2, P_3, P_4)$$

gegeben. Die Kodiervorschrift ist durch die folgende schaltungstechnische Realisierung gegeben:



1. Geben Sie die Paritätsgleichungen an und bestimmen Sie die Coderate R.

2. Bestimmen Sie die Generatormatrix G.

3. Bestimmen Sie die Prüfmatrix H.

4. Bestimmen Sie die minimale Hamming-Distanz d_{min} und das minimale Hamming-Gewicht w_{min}.

5. Bestimmen Sie die garantierte Anzahl an korrigierbaren Fehlern im Codewort.

6. Bestimmen Sie die garantierte Anzahl an erkennbaren Fehlern im Codewort, wenn keine Fehlerkorrektur erwünscht ist.

7. Führen Sie die Syndrom-Dekodierung der folgenden empfangenen Vektoren $r_i (i = 1, 2, 3)$ durch:

$$r_1 = (1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1), \qquad r_2 = (1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1), \qquad r_3 = (1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$$

8. Sei $C := \{c_1, \ldots, c_n\}$ die Menge aller Codewörter. Ist die Menge $C' := \{c_1, \ldots, c_{n-m}\} \subset C$ für ein $m > 0$ ebenfalls ein linearer Code?

Beispiel 2

Betrachten Sie ein binäres Kommunikationssystem mit Sendefilter zur Impulsformung im Basisband. Die Impulsantwort des Sendeimpulsformers $s(t)$ und die Impulsantwort des anschließenden Kanals $g_K(t)$ sind gegeben durch

$$s(t) = U_0 \cdot p \cdot \left(\frac{t - \frac{T}{2}}{\frac{T}{4}} \right) \qquad und \qquad g_K(t) = \frac{1}{2T} \cdot p \cdot \left(\frac{t - \frac{3T}{2}}{\frac{T}{4}} \right)$$

mit $U_0 \in \mathbb{R}^+$ und der Abtastperiode $T \in \mathbb{R}^+$. Das übertragene Signal wird mit additivem weißen gaußschen Rauschen mit einer Leistungsdichte von $\frac{N_0}{2} = \frac{1}{40T}$ überlagert und vor dem Entscheider wir ein signalangepasstes Filter vorgesehen.

1. Fertigen Sie eine Skizze des Kommunikationssystems an und skizzieren Sie die gegebenen Signale.
2. Berechnen Sie die Impulsantwort $g(t)$ die aus Kombination von Sendeimpulsformer und Kanal hervorgeht und skizzieren Sie diese.
3. Wählen Sie U_0 so, dass für die Energie des Sendeimpulssignals $\varepsilon_s = 1$ gilt.
4. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion und die Impulsantwort des signalangepassten Filters und skizzieren Sie diese beiden Funktionen.
5. Skizzieren Sie eine Realisierung des signalangepassten Filters (Blockschaltbilder).
6. Berechnen Sie die gesamte Übertragungsfunktion des Kommunikationssystems unter Vernachlässigung des Rauschens und skizzieren Sie diese.
7. Berechnen Sie für das angegebene Rauschen die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit. Überprüfen Sie die Vorraussetzungen an das System um entsprechende Berechnungsformel zu verwenden.

Beispiel 3

Betrachten Sie eine binäre Basisband-Übertragung. Die Informationsbits aus $GF(2) = \mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$ werden auf die Symbole $X \in S := \{s_0 = -1, s_1 = 1\}$ abgebildet. Die beiden Symbole haben gleiche Auftrittswahrscheinlichkeit. Bei der Basisbandübertragung wird additiv Rauschen überlagert, das durch die reelle Zufallsvariable Z beschrieben wird. Die Symbole X und das Rauschen Z sind statistisch unabhängig, am Detektor wird Y empfangen.

1. Nehmen Sie an, Z sei exponentialverteilt mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

   $$p_Z(z) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot z}, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$$

   mit $\lambda = 2$. Berechnen Sie alle möglichen bedingten Wahrscheinlichkeiten $P\{Y = s_i | X = s_j\}$ für $s_i, s_j \in S$ mit $i, j = 1, 2$ und die Gesamtwahrscheinlichkeit eines Symbolfehlers $P\{\varepsilon\}$.
2. Nehmen Sie nun an, Z sei normalverteilt mit Mittelwert $\mu = 0$ und Varianz $\sigma^2 = 1$. Berechnen Sie alle möglichen bedingten Wahrscheinlichkeiten $P\{Y = s_i | X = s_j\}$ für $s_i, s_j \in S$ mit $i, j = 1, 2$ und die Gesamtwahrscheinlichkeit eines Symbolfehlers $P\{\varepsilon\}$.
3. Setzen Sie (additives) weißes gaußsches Rauschen mit einer Leistungsdichte von $\frac{N_0}{2} = \frac{7}{2} \cdot T$ analog zum Punkt (2) voraus. Es wird ein idealer Korrelator zur Detektion verwendet und für die Übertragung der Daten werden die Sendesignale

   $$s_0(t) = -p \cdot \left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T} \right) \qquad und \qquad s_1(t) = 2 \cdot sin(2\pi f t) \cdot p \cdot \left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T} \right)$$

   mit $f = \frac{1}{2T}$ verwendet. Berechnen Sie die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $P\{\varepsilon\}$.
4. Skizzieren Sie das in (3) beschriebene Übertragungssystem.