1. Probetest 2005

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2 TEST **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 21.4.2004

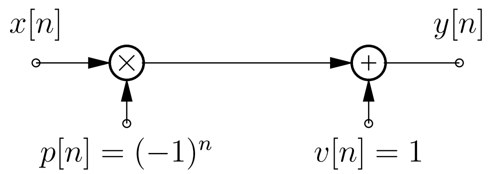
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus einem Multiplizierer und einem Addierer und wird mit einem periodischen, zeitdiskreten Signal angeregt:



Das Eingangssignal sei $x[n] = \cos\frac{\pi}{4}n$ $(\forall n)$.

a) Bestimmen Sie die Periodendauer N des Ausgangssignals $y[n]$.

$N =$

b) Berechnen Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_y[k]$ von $y[n]$.

$c_y[k] =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $, k =$

c) Berechnen Sie $E_y = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} |y[n]|^2$

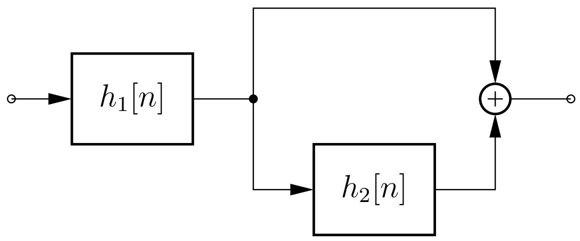
$E_y =$

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus zwei Teilsystemen mit den Impulsantworten

$$h_1[n] = \beta^n \sigma[n] \quad |\beta| < 1, \qquad h_2[n] = -\frac{1}{2}\delta[n-1]$$

($\delta[n]$ ist der Einsimpuls, $\sigma[n]$ die Sprungfunktion).



a) Berechnen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des gesamten, abgebildeten Systems.

$h[n] =$

b) Berechnen Sie die Sprungantwort $a[n]$ des Gesamtsystems.

$a[n] =$

c) Für welchen Wert von β ist $a[n] = \sigma[n]$?

$\beta =$

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem digitalen Filter ist folgende Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = \delta[n] - \frac{\sin\frac{\pi}{2}n}{\pi n}, \quad \forall n.$$

Berechnen Sie für die angegebenen Eingangssignale $x[n]$ das jeweilige Ausgangssignal $y[n]$ und dessen Fouriertransformation $Y(e^{j\theta})$ des digitalen Filters ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

a) $x[n] = \dfrac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n}, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

b) $x[n] = (-1)^n, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

c) $x[n] = e^{j\frac{3\pi}{4}n}, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2 TEST **B**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 21.4.2004

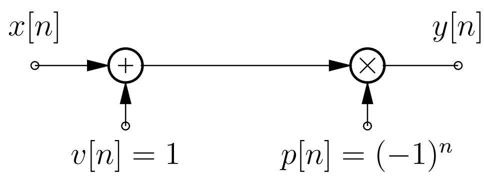
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus einem Addierer und einem Multiplizierer und wird mit einem periodischen, zeitdiskreten Signal angeregt:



Das Eingangssignal sei $x[n] = \sin \frac{\pi}{6} n$ $(\forall n)$.

a) Bestimmen Sie die Periodendauer N des Ausgangssignals $y[n]$.

$N =$

b) Berechnen Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_y[k]$ von $y[n]$.

$c_y[k] =$ $\qquad\qquad$ $, k =$

c) Berechnen Sie $E_y = \dfrac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} |y[n]|^2$

$E_y =$

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus drei Teilsystemen mit den Impulsantworten

$$h_1[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n], \quad h_2[n] = \sigma[n] - \sigma[n-2], \quad h_3[n] = \delta[n] - \frac{1}{4}\delta[n-2]$$

($\delta[n]$ ist der Einsimpuls, $\sigma[n]$ die Sprungfunktion).

$$\circ\!\!\longrightarrow \boxed{h_1[n]} \longrightarrow \boxed{h_2[n]} \longrightarrow \boxed{h_3[n]} \longrightarrow\!\!\circ$$

a) Berechnen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des gesamten, abgebildeten Systems.

$h[n] =$

b) Berechnen Sie die Sprungantwort $a[n]$ des Gesamtsystems.

$$\boxed{\quad a[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

c) Skizzieren Sie die berechnete Sprungantwort $a[n]$ aus Punkt b).

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem digitalen Filter ist folgende Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = \frac{\sin \frac{\pi}{4} n}{\pi n} \cos \frac{\pi}{2} n, \quad \forall n.$$

Berechnen Sie für die angegebenen Eingangssignale $x[n]$ das jeweilige Ausgangssignal $y[n]$ und dessen Fouriertransformation $Y(e^{j\theta})$ des digitalen Filters.

a) $x[n] = \dfrac{\sin \frac{\pi}{2} n}{\pi n}, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

b) $x[n] = (-1)^n, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

c) $x[n] = \cos \frac{\pi}{2} n, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2 TEST **C**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 21.4.2004

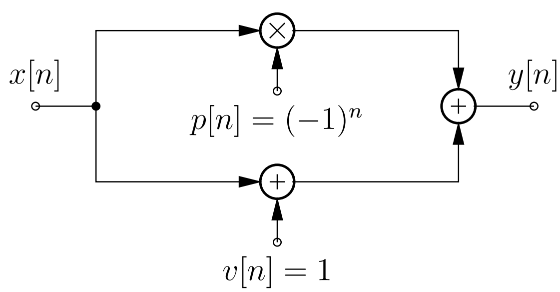
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus einem Multiplizierer und zwei Addierern und wird mit einem periodischen, zeitdiskreten Signal angeregt:



Das Eingangssignal sei $x[n] = e^{j\frac{\pi}{4}n}$ $(\forall n)$.

a) Bestimmen Sie die Periodendauer N des Ausgangssignals $y[n]$.

$N =$

b) Berechnen Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_y[k]$ von $y[n]$.

$c_y[k] =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $, k =$

c) Berechnen Sie $E_y = \dfrac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |y[n]|^2$

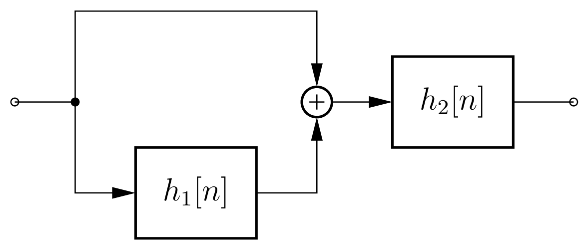
$E_y =$

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus zwei Teilsystemen mit den Impulsantworten

$$h_1[n] = -\frac{1}{4}\delta[n-2], \qquad h_2[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n]$$

($\delta[n]$ ist der Einsimpuls, $\sigma[n]$ die Sprungfunktion).



a) Berechnen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des gesamten, abgebildeten Systems.

$h[n] =$

b) Berechnen Sie die Antwort $y[n]$ des Gesamtsystems auf $x[n] = \sigma[-n]$.

$\boxed{y[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

c) Skizzieren Sie die berechnete Antwort $y[n]$ aus Punkt b).

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem digitalen Filter ist folgende Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = \delta[n] + \frac{\sin\frac{\pi}{2}n}{\pi n}, \quad \forall n.$$

Berechnen Sie für die angegebenen Eingangssignale $x[n]$ das jeweilige Ausgangssignal $y[n]$ und dessen Fouriertransformation $Y(e^{j\theta})$ des digitalen Filters ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

a) $x[n] = e^{j\frac{3\pi}{4}n}, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

b) $x[n] = \dfrac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n}, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

c) $x[n] = \dfrac{\sin \frac{\pi}{4} n}{\pi n} \, \cos \dfrac{3\pi}{4} n, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2 TEST **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 20.4.2005

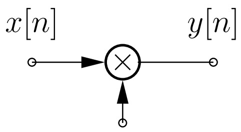
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System ist ein Multiplizierer mit periodischen, zeitdiskreten Signalen an den beiden Eingängen ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls):



$$p[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-4k]$$

Das Eingangssignal sei $x[n] = \cos\frac{\pi}{4}n + \sin\frac{\pi}{4}n \ (\forall n)$.

a) **Berechnen und skizzieren** Sie das Ausgangssignals $y[n]$.

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) Bestimmen Sie die Periodendauer N_y und **berechnen** Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_y[k]$ von $y[n]$.

$N_y =$

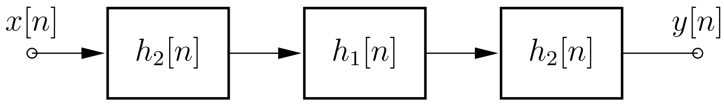
$c_y[k] =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $, k =$

c) **Berechnen** Sie $E_y = \dfrac{1}{N_y} \sum_{n=0}^{N_y-1} |y[n]|^2$

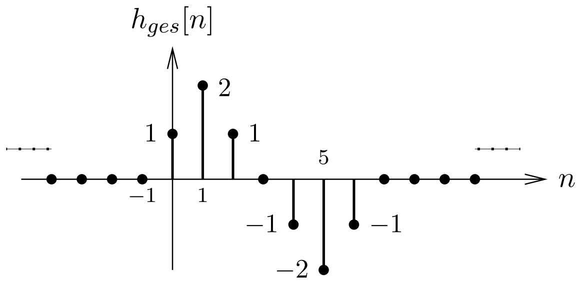
$E_y =$

2. BEISPIEL (34 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus linearen, zeitinvarianten und stabilen Teilsystemen.



Das **Gesamtsystem** habe folgende Impulsantwort:



Zusätzlich ist noch die Teilimpulsantwort $h_2[n]$ bekannt:

$$h_2[n] = \sigma[n] - \sigma[n-2]$$

($\sigma[n]$ ist die zeitdiskrete Sprungfunktion).

a) **Berechnen** und **skizzieren** Sie die Impulsantwort $h_1[n]$ des verbleibenden Teilsystems.

$$h_1[n] =$$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) **Berechnen** und **skizzieren** Sie die Antwort $y[n]$ des Gesamtsystems auf das Eingangssignal $x[n] = \delta[n] + \delta[n-4] + \delta[n+4]$ ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem digitalen Filter ist folgende Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = \frac{\sin[\frac{\pi}{3}(n-2)]}{\pi(n-2)}, \quad \forall n.$$

Berechnen Sie für die angegebenen Eingangssignale $x[n]$ das jeweilige Filterausgangssignal $y[n]$ und dessen Fouriertransformation $Y(e^{j\theta})$.

a) $x[n] = \cos\frac{\pi}{4}n + \sin\frac{\pi}{2}n, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

b) $x[n] = j^{n-5}, \quad \forall n$, mit $j = \sqrt{-1}$.

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

c) $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n+2-8k], \quad \forall n$, ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2 TEST **B**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 20.4.2005

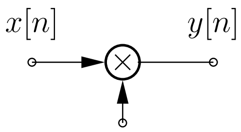
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System ist ein Multiplizierer mit periodischen, zeitdiskreten Signalen an den beiden Eingängen ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls):



$p[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 3k]$

Das Eingangssignal sei $x[n] = \cos\left[\frac{\pi}{3}(n-1)\right] - \sin\left[\frac{\pi}{3}(n-1)\right] \quad (\forall n)$.

a) **Berechnen und skizzieren** Sie das Ausgangssignals $y[n]$.

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) Bestimmen Sie die Periodendauer N_y und **berechnen** Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_y[k]$ von $y[n]$.

$N_y =$

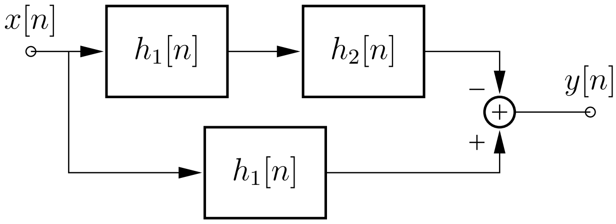
$c_y[k] =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $, k =$

c) **Berechnen** Sie $E_y = \frac{1}{N_y} \sum_{n=0}^{N_y-1} |y[n]|^2$

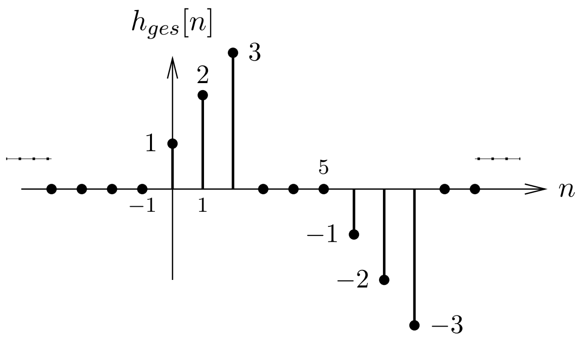
$E_y =$

2. BEISPIEL (34 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus linearen, zeitinvarianten und stabilen Teilsystemen.



Das **Gesamtsystem** habe folgende Impulsantwort:



Zusätzlich ist noch die Teilimpulsantwort $h_2[n]$ bekannt:

$$h_2[n] = \delta[n-6]$$

($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

a) **Berechnen** und **skizzieren** Sie die Impulsantwort $h_1[n]$ der verbleibenden Teilsysteme.

$\boxed{h_1[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) **Berechnen** und **skizzieren** Sie die Antwort $y[n]$ des **Gesamtsystems** auf das Eingangssignal $x[n] = \delta[n] - \delta[n+6]$ ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem digitalen Filter ist folgende Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = e^{j\pi n} \frac{\sin \frac{\pi}{3} n}{\pi n}, \quad \forall n$$

($j = \sqrt{-1}$).
Berechnen Sie für die angegebenen Eingangssignale $x[n]$ das jeweilige Filterausgangssignal $y[n]$ und dessen Fouriertransformation $Y(e^{j\theta})$.

a) $x[n] = \cos \frac{\pi}{4} n + \sin \frac{3\pi}{4} n, \quad \forall n$

$y[n] =$
$Y(e^{j\theta}) =$

b) $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 8k], \quad \forall n$, ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

c) $x[n] = \dfrac{\sin[\pi(n-1)]}{\pi(n-1)}, \quad \forall n$

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2 TEST **C**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 20.4.2005

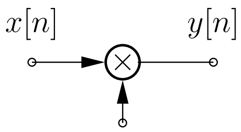
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Das abgebildete System ist ein Multiplizierer mit periodischen, zeitdiskreten Signalen an den beiden Eingängen ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls):



$$p[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-1-4k]$$

Das Eingangssignal sei $x[n] = \cos\frac{\pi}{2}n + \sin\frac{\pi}{4}n$ ($\forall n$).

a) **Berechnen und skizzieren** Sie das Ausgangssignals $y[n]$.

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) Bestimmen Sie die Periodendauer N_y und **berechnen** Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_y[k]$ von $y[n]$.

$N_y =$

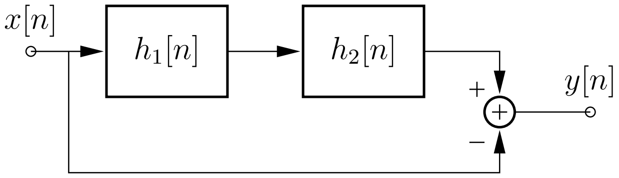
$c_y[k] =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $, k =$

c) **Berechnen** Sie $E_y = \dfrac{1}{N_y} \displaystyle\sum_{n=0}^{N_y-1} |y[n]|^2$

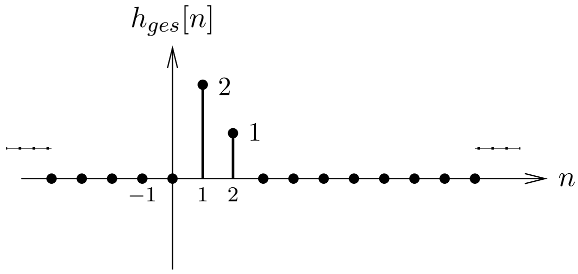
$E_y =$

2. BEISPIEL (34 Punkte)

Das abgebildete System besteht aus linearen, zeitinvarianten und stabilen Teilsystemen.



Das **Gesamtsystem** habe folgende Impulsantwort:



Zusätzlich ist noch die Teilimpulsantwort $h_2[n]$ bekannt:

$$h_2[n] = \sigma[n] - \sigma[n-2]$$

($\sigma[n]$ ist die zeitdiskrete Sprungfunktion).

a) **Berechnen** und **skizzieren** Sie die Impulsantwort $h_1[n]$ des verbleibenden Teilsystems.

$h_1[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) **Berechnen** und **skizzieren** Sie die Antwort $y[n]$ des Gesamtsystems auf das Eingangssignal $x[n] = \sigma[n] - \sigma[n-2]$.

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem digitalen Filter ist folgende Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = j^n \frac{\sin \frac{\pi}{4} n}{\pi n}, \quad \forall n,$$

mit $j = \sqrt{-1}$.
Berechnen Sie für die angegebenen Eingangssignale $x[n]$ das jeweilige Filterausgangssignal $y[n]$ und dessen Fouriertransformation $Y(e^{j\theta})$.

a) $x[n] = \cos \frac{\pi}{8} n + \cos \frac{\pi}{2} n, \quad \forall n$

$y[n] =$
$Y(e^{j\theta}) =$

b) $x[n] = j^{n-3}, \quad \forall n$, mit $j = \sqrt{-1}$.

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

c) $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 6k], \quad \forall n$, ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).

$y[n] =$

$Y(e^{j\theta}) =$

1. Beispiel:

Gruppe A

a) $p[n]$ tastet jeden vierten Wert von $x[n]$ aus, d.h. nur $\cos\frac{\pi}{4}4k = (-1)^k$ bestimmt die von null verschiedenen Ausgangssignalwerte:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta[n-4k]$$

bzw. im Grundintervall $n \in [0,7]$:

$$y[n] = \delta[n] - \delta[n-4]$$

Skizze trivial.

b) $N_y = 8$, $c_y[k] = \frac{1}{8}\left[1-(-1)^k\right], \quad k = 0,1,\ldots,7$

c) $E_y = \frac{1}{4}$

Gruppe B

a) Aus $x[n]$ jeden dritten Wert berechnen:

$$y[n] = 1.366 \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta[n-3k]$$

bzw. im Grundintervall $n \in [0,5]$:

$$y[n] = 1.366\delta[n] - 1.366\delta[n-3]$$

b) $N_y = 6$, $c_y[k] = \frac{1.366}{6}\left[1-(-1)^k\right], \quad k = 0,1,\ldots,5$

c) $E_y = 0.622$

Gruppe C

a) $p[n]$ tastet jeden vierten Wert von $x[n]$ aus, jedoch zeitverzögert um ein Abtastintervall:

$$y[n] = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta[n-4k-1]$$

bzw. im Grundintervall $n \in [0,7]$:

$$y[n] = \frac{1}{\sqrt{2}}\delta[n-1] - \frac{1}{\sqrt{2}}\delta[n-5]$$

b) $N_y = 8$, $c_y[k] = \frac{1}{8}\frac{1}{\sqrt{2}}\, e^{-j\frac{\pi}{4}k}\left[1-(-1)^k\right], \quad k = 0, 1, \ldots, 7$

c) $E_y = \frac{1}{8}$

2. Beispiel:

Gruppe A

a) $h_2[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$

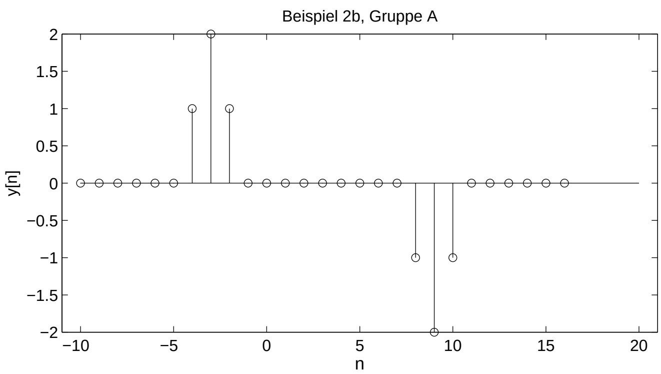
Reihenfolge von h_1 und h_2 vertauschen!

$(h_2 * h_2)[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2] = h_3[n]$

$h_{ges}[n] = h_3[n] - h_3[n-4] = (h_1 * h_3)[n]$

$\Rightarrow h_1[n] = \delta[n] - \delta[n-4]$, Skizze trivial

b) $y[n] = h_3[n+4] - h_3[n-8]$



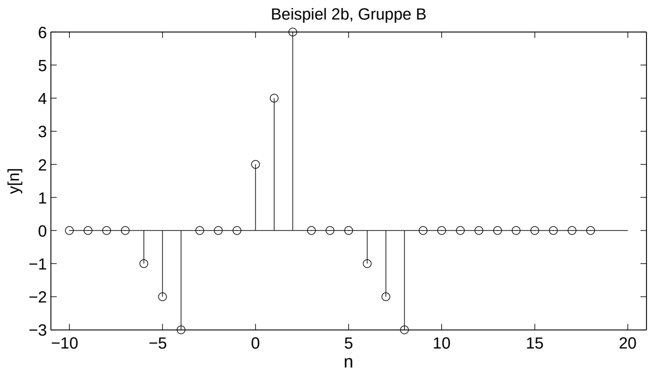
Gruppe B

a) $h_1[n]$ an den Eingang verschieben:

$\Rightarrow h_{ges}[n] = h_1[n] - h_1[n-6]$

$$\Rightarrow h_1[n] = \begin{cases} n+1 & 0 \leq n \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

b) $y[n] = 2h_1[n] - h_1[n+6] - h_1[n-6]$



Gruppe C

a) $h_2[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$
$h_{ges}[n] = h_1[n] + h_1[n-1] - \delta[n] = 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$
$h_1[n] + h_1[n-1] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$
Entweder man erkennt sofort, dass damit $h_1[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$ ist oder man löst diese Gleichung schrittweise für $n = 0, 1, 2, ...$

b) $y[n] = 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + \delta[n-3]$, Skizze trivial

3. Beispiel:

Gruppe A

Das Filter ist ein idealisierter Tiefpass mit der Grenzfrequenz $\theta_g = \frac{\pi}{3}$ und mit einer Signalverzögerung um zwei Abtastintervalle.

a) $y[n] = \cos\frac{\pi}{4}(n-2)$
$Y(e^{j\theta}) = \pi\, e^{-j2\theta}\left[\delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + \delta_{2\pi}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\right]$

b) $x[n] = e^{j\frac{\pi}{2}(n-5)}$ wird unterdrückt, d.h. $y[n] = 0,\ \forall n$

c) $X(e^{j\theta}) = e^{j2\theta}\,\dfrac{2\pi}{8}\displaystyle\sum_{k=\infty}^{\infty}\delta\left(\theta - \frac{\pi}{4}k\right)$

Am Filterausgang bleiben für $\theta \in [-\pi, \pi]$ von dieser Summe nur die Terme mit $k = -1, 0, 1$ übrig.
$\Rightarrow y[n] = \frac{1}{8} + \frac{1}{4}\cos\frac{\pi}{4}n$
$Y(e^{j\theta}) = \frac{\pi}{4}\left[\delta_{2\pi}(\theta) + \delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + \delta_{2\pi}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\right]$

Gruppe B

Das Filter ist ein idealisierter Hochpass mit der Grenzfrequenz $\theta_g = \frac{2\pi}{3}$.

a) $y[n] = \sin\frac{3\pi}{4}n$
$Y(e^{j\theta}) = \frac{\pi}{j}\left[\delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{3\pi}{4}\right) - \delta_{2\pi}\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right)\right]$

b) $X(e^{j\theta}) = \dfrac{2\pi}{8}\displaystyle\sum_{k=\infty}^{\infty}\delta\left(\theta - \frac{\pi}{4}k\right)$

Am Filterausgang bleiben für $\theta \in [0, 2\pi]$ von dieser Summe nur die Terme mit $k = 3, 4, 5$ übrig. Es ist besser das Frequenzintervall $[0, 2\pi]$ anstelle von $[-\pi, \pi]$ zu nehmen, da sonst δ-Impulse an den Intervallgrenzen liegen, die man "halbieren" müsste. Im Intervall $[0, 2\pi]$ liegt nur ein δ-Impuls bei $\theta = \pi$. Für die inverse Fouriertransformation ist es egal, welches der beiden 2π-Intervalle man verwendet.
$\Rightarrow y[n] = \frac{1}{4}\cos\frac{3\pi}{4}n + \frac{1}{8}(-1)^n$
$$Y(e^{j\theta}) = \frac{\pi}{4}\left[\delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{3\pi}{4}\right) + \delta_{2\pi}(\theta - \pi) + \delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{5\pi}{4}\right)\right]$$
$$= \frac{\pi}{4}\left[\delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{3\pi}{4}\right) + \delta_{2\pi}(\theta - \pi) + \delta_{2\pi}\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right)\right]$$

c) $x[n] = \delta[n-1]$

$\Rightarrow y[n] = h[n-1]$

$$Y(e^{j\theta}) = \begin{cases} 0 & |\theta| < \frac{2\pi}{3} \\ e^{-j\theta} & \frac{2\pi}{3} < |\theta| \le \pi \end{cases}, \quad 2\pi \text{ periodisch}$$

Gruppe C

Das Filter ist idealisierter, komplexwertiger Bandpass mit den Grenzfrequenzen $\theta_{g1} = \frac{\pi}{4}$ und $\theta_{g2} = \frac{3\pi}{4}$ (Mittenfrequenz $\pi/2$ wegen Faktor $j^n = e^{j\frac{\pi}{2}n}$ in $h[n]$).

a) $y[n] = \frac{1}{2}\, e^{j\frac{\pi}{2}n}$

$Y(e^{j\theta}) = \pi\delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

b) $y[n] = x[n] = j^{n-3}$

$Y(e^{j\theta}) = e^{-j3\theta}\, 2\pi\delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

c) $y[n] = \frac{1}{6}\left(e^{j\frac{\pi}{3}n} + e^{j\frac{2\pi}{3}n}\right)$

$Y(e^{j\theta}) = \frac{\pi}{3}\left[\delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \delta_{2\pi}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right]$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2 TEST **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 26.4.2006

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (40 Punkte)

Von einem linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten System ist die folgende **Übertragungsfunktion**

$$H(e^{j\theta}) = 1 + \frac{1}{2e^{j\theta}}$$

und das **Eingangssignal**

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n+2k]$$

gegeben ($\delta[n]$ = Einsimpuls).

a) **Berechnen und skizzieren** Sie die Impulsantwort $h[n]$ des Systems.

$$\boxed{h[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) **Berechnen und skizzieren** Sie die Sprungantwort $a[n]$ des Systems.

$$a[n] =$$

Skizze: (Achsen beschriften!)

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Systemantwort $y[n]$ auf das gegebene Eingangssignal $x[n]$.

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie die Periodendauer N_x und die Fourierreihenkoeffizienten c_k des Eingangssignals $x[n]$.

$N_x =$ $\qquad$, $\quad c_k =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$, $k =$

e) **Berechnen** Sie die Periodendauer N_y und die Fourierreihenkoeffizienten d_k des Ausgangssignals $y[n]$.

$N_y =$ $\qquad$, $\quad d_k =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$, $k =$

2. BEISPIEL (28 Punkte)

In diesem Beispiel soll das Ausgangssignal eines linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten Systems mit zwei verschiedenen Methoden berechnet werden. Das System ist gegeben durch die **Übertragungsfunktion**

$$H(e^{j\theta}) = 2e^{j\theta} - \frac{1}{2e^{j\theta}}.$$

Die Fouriertransformation des Eingangssignals ist

$$X(e^{j\theta}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2e^{j\theta}}} - \frac{1}{2e^{j\theta}}.$$

a) **Berechnen und skizzieren** Sie das Ausgangssignal $y[n]$ durch Verwendung der **Fouriertransformationen**, d.h. mit $H(e^{j\theta})$ und $X(e^{j\theta})$ (Lösungsweg im Frequenzbereich).

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) **Berechnen und skizzieren** Sie das Ausgangssignal $y[n]$ durch **Anwendung der Faltungsoperation** $y[n] = (x * h)[n]$ für zeitdiskrete Signale (Lösungsweg im Zeitbereich).

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

c) Falls Ihre beiden Lösungen nicht übereinstimmen, so haben Sie hier Platz, um den Fehler zu finden.

3. BEISPIEL (32 Punkte)

Von einem linearen, zeitinvarinaten, zeitdiskreten System ist folgender Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangssignal gegeben:

$$y[n] = \sum_{k=-1}^{1} (-1)^k x[n+k].$$

a) Das System ist **stabil** **instabil**. (Nichtzutreffendes streichen!)
Begründung:

b) Das System ist **kausal** **akausal**. (Nichtzutreffendes streichen!)
Begründung:

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Impulsantwort $h[n]$.

$h[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ und **skizzieren** Sie den Betragsverlauf $|H(e^{j\theta})|$.

$H(e^{j\theta}) =$

Skizze von $|H(e^{j\theta})|$: (Achsen beschriften!)

ZUNAME:	**1. SuS2 TEST** **B**
VORNAME:	Institut für Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik
MAT. NR.:	G. Doblinger 26.4.2006

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (40 Punkte)

Von einem linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten System ist die folgende **Impulsantwort**

$$h[n] = \delta[n-1] + \delta[n+1]$$

und die **Fouriertransformation des Eingangssignals**

$$X(e^{j\theta}) = \frac{2\pi}{3} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\theta + \frac{2\pi k}{3}\right)$$

gegeben ($\delta[n]$ = Einsimpuls, $\delta(\cdot)$ = Delta-Funktion).

a) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ des Systems und **skizzieren** Sie den Betragsverlauf $|H(e^{j\theta})|$.

$H(e^{j\theta}) =$

Skizze von $|H(e^{j\theta})|$: (Achsen beschriften!)

b) **Berechnen und skizzieren** Sie die Sprungantwort $a[n]$ des Systems.

$$\boxed{a[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Skizze: (Achsen beschriften!)

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Systemantwort $y[n]$ auf das Eingangssignal mit der gegebenen Fouriertransformation $X(e^{j\theta})$.

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie die Periodendauer N_x und die Fourierreihenkoeffizienten c_k des Eingangssignals $x[n]$.

$N_x =$, $c_k =$, $k =$

e) **Berechnen** Sie die Periodendauer N_y und die Fourierreihenkoeffizienten d_k des Ausgangssignals $y[n]$.

$N_y =$, $d_k =$, $k =$

2. BEISPIEL (28 Punkte)

In diesem Beispiel soll das Ausgangssignal eines linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten Systems mit zwei verschiedenen Methoden berechnet werden. Das System ist gegeben durch die **Impulsantwort**

$$h[n] = \delta[n] - \frac{1}{4}\,\delta[n-2].$$

Das Eingangssignal ist

$$x[n] = -\delta[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n]$$

($\delta[n]$ = Einsimpuls, $\sigma[n]$ = zeitdiskrete Sprungfunktion).

a) **Berechnen und skizzieren** Sie das Ausgangssignal $y[n]$ durch **Anwendung der Faltungsoperation** $y[n] = (x * h)[n]$ für zeitdiskrete Signale (Lösungsweg im Zeitbereich).

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

b) **Berechnen und skizzieren** Sie das Ausgangssignal $y[n]$ durch Verwendung der **Fouriertransformationen**, d.h. mit $H(e^{j\theta})$ und $X(e^{j\theta})$ (Lösungsweg im Frequenzbereich).

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

c) Falls Ihre beiden Lösungen nicht übereinstimmen, so haben Sie hier Platz, um den Fehler zu finden.

3. BEISPIEL (32 Punkte)

Von einem linearen, zeitinvarinaten, zeitdiskreten System ist folgender Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangssignal gegeben:

$$y[n] = \sum_{k=-2}^{0} \left(\frac{1}{2}\right)^{|k+1|} x[n-k].$$

a) Das System ist **stabil** **instabil**. (Nichtzutreffendes streichen!)

Begründung:

b) Das System ist **kausal** **akausal**. (Nichtzutreffendes streichen!)

Begründung:

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Impulsantwort $h[n]$.

$h[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ und **skizzieren** Sie den Betragsverlauf $|H(e^{j\theta})|$.

$H(e^{j\theta}) =$

Skizze von $|H(e^{j\theta})|$: (Achsen beschriften!)

Lösungen zu den 1. Tests
Signale und Systeme 2, Sommersemester 2006

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik E389
26.4.2006 G. Doblinger

1. Beispiel:

Gruppe A

a) $h[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\,\delta[n-1]$, Skizze trivial.

b) $a[n] = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{n} h[k] = \sigma[n] + \frac{1}{2}\,\sigma[n-1]$, Skizze trivial.

c) $y[n] = x[n] + \dfrac{1}{2}\,x[n-1] = \ldots = \dfrac{1}{2}\left(1 + \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n+2k]\right)$.

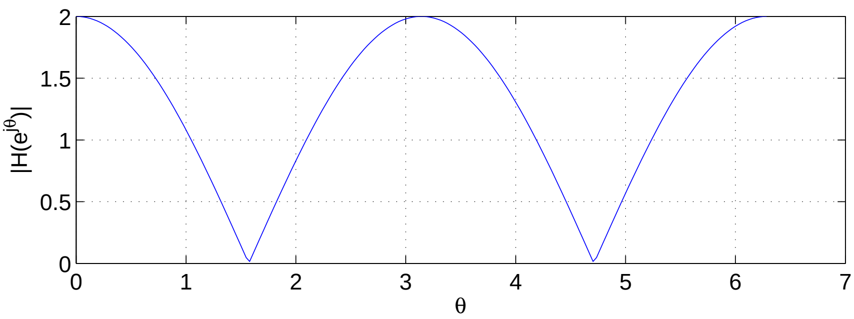
d) $N_x = 2,\ c_k = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=0}^{1} \delta[n] e^{-j\pi k n} = \dfrac{1}{2}, \quad k = 0, 1.$

e) $N_y = 2,\ d_k = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{n=0}^{1} \quad \delta[n] + \frac{1}{2}\,\delta[n-1] \quad e^{-j\pi k n} = \begin{cases} \frac{3}{4} & k = 0 \\ \frac{1}{4} & k = 1 \end{cases}$

oder direkt aus c): $d_k = \frac{1}{2}(\delta[k] + c_k)$.

Gruppe B

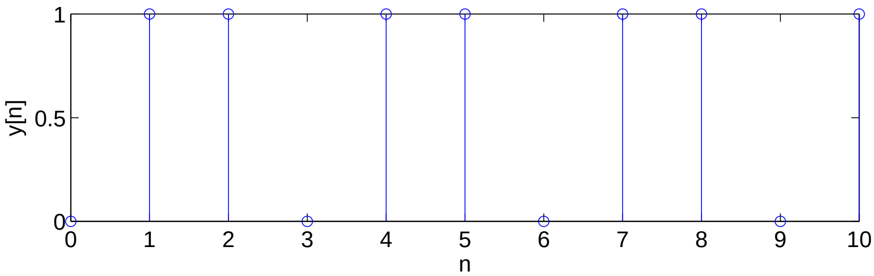
a) $H(e^{j\theta}) = e^{-j\theta} + e^{j\theta} = 2\cos\theta$



b) $a[n] = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{n} h[k] = \sigma[n-1] + \sigma[n+1]$, Skizze trivial.

c) $x[n] = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n+3k]$

$$y[n] = x[n-1] + x[n+1] = \ldots = 1 - \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n+3k]$$



d) $N_x = 3,\ c_k = \frac{1}{3}\sum_{n=0}^{2} \delta[n] e^{-j\frac{2\pi}{3}kn} = \frac{1}{3}, \quad k = 0, 1, 2.$

e) $N_y = 3$, aus $y[n] = 1 - x[n]$ folgt wegen Linearität $d_k = \delta[k] - c_k = \begin{cases} \frac{2}{3} & k = 0 \\ -\frac{1}{3} & k = 1, 2 \end{cases}.$

2. Beispiel:

Gruppe A

a) $y[n] = FT^{-1}\left\{H(e^{j\theta})X(e^{j\theta})\right\} = 2\,\delta[n+1] + \frac{1}{4}\,\delta[n-2]$, Skizze trivial.

Formelsammlung: $e^{\pm j\theta} \Longleftrightarrow \delta[n \pm 1]$ und $\dfrac{1}{1 - \frac{1}{2e^{j\theta}}} \Longleftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n]$.

b) $y[n] = (x * h)[n] = 2\,\delta[n+1] + \frac{1}{4}\,\delta[n-2]$
mit $h[n] = 2\,\delta[n+1] - \frac{1}{2}\,\delta[n-1]$ und $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n] - \frac{1}{2}\,\delta[n-1]$.

Gruppe B

a) $y[n] = \frac{1}{2}\,\delta[n-1] + \frac{1}{4}\,\delta[n-2]$, Skizze trivial.

b) $H(e^{j\theta}) = 1 - \dfrac{1}{4}\,e^{-j2\theta},\quad X(e^{j\theta}) = -1 + \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}\,e^{-j\theta}},$

$y[n] = FT^{-1}\left\{H(e^{j\theta})X(e^{j\theta})\right\} = \frac{1}{2}\,\delta[n-1] + \frac{1}{4}\,\delta[n-2].$

3. Beispiel:

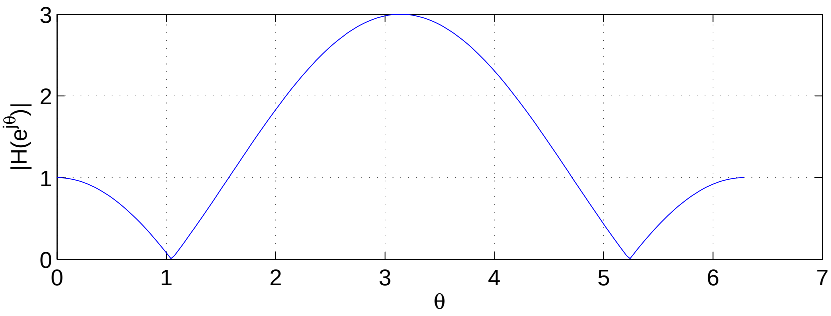
Gruppe A

a) stabil, da Impulsantwort absolut summierbar ist $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$.

b) akausal, da $h[n] \neq 0,\ n < 0$.

c) $h[n] = -\delta[n-1] + \delta[n] - \delta[n+1]$, Skizze trivial.

d) $H(e^{j\theta}) = -e^{-j\theta} + 1 - e^{j\theta} = 1 - 2\cos\theta.$



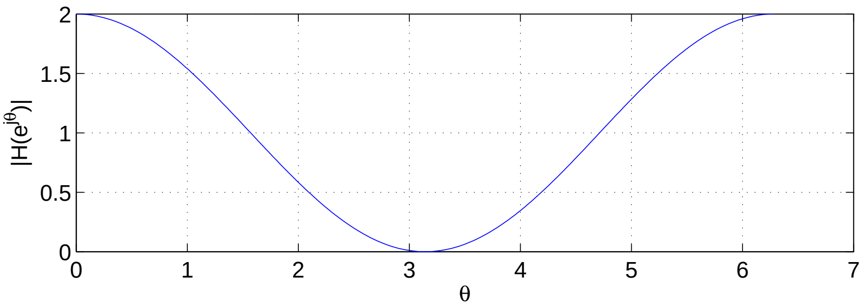
Gruppe B

a) stabil, da Impulsantwort absolut summierbar ist $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$.

b) akausal, da $h[n] \neq 0, \; n < 0$.

c) $h[n] = \frac{1}{2}\,\delta[n+2] + \delta[n+1] + \frac{1}{2}\,\delta[n]$, Skizze trivial.

d) $H(e^{j\theta}) = \frac{1}{2}e^{j2\theta} + e^{j\theta} + \frac{1}{2} = e^{j\theta}\,(1+\cos\theta)$.



ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2-Teilprüfung **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger, C. Novak 25.4.2007

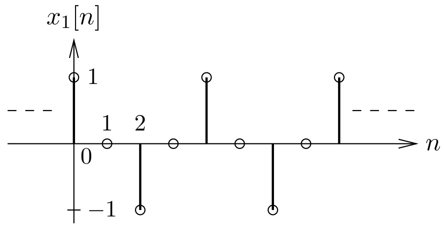
Bitte beachten Sie:

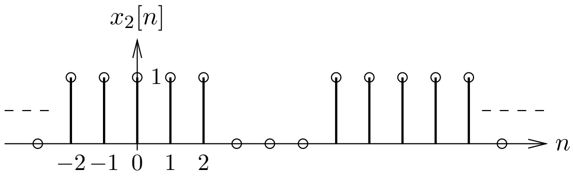
- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Gegeben sind die beiden abgebildeten **periodischen, zeitdiskreten Signale** $x_1[n]$ und $x_2[n]$.





a) Bestimmen Sie die **Periodendauer** N_1 von $x_1[n]$ bzw. N_2 von $x_2[n]$

$N_1 =$	$N_2 =$

b) Welche **Symmetrie** (gerade/ungerade/keine) besitzen die gegebenen Signale?

Begründung:

Symmetrie von $x_1[n]$:

Symmetrie von $x_2[n]$:

c) Mit den beiden Signalen $x_1[n]$ und $x_2[n]$ wird das Signal $x[n] = x_1[n]x_2[n]$ gebildet. Skizzieren Sie $x[n]$ und geben Sie die Periodendauer N von $x[n]$ an.

Skizze von $x[n]$: (Achsen beschriften!)

$N =$

d) Berechnen Sie die **Fourierreihenkoeffizienten** c_k des Signals $x[n]$ aus Punkt c).
ACHTUNG: Das Ergebnis muss vereinfacht werden!

$c_k =$	$, \ k =$

d_1) Sind die Koeffizienten c_k reell/imaginär/komplex?

c_k ist

d_2) Welche Symmetrie zeigen die Koeffizienten c_k?

Symmetrie von c_k:

d_3) **Skizzieren Sie c_k (Achsen beschriften!)**

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem linearen und zeitinvarianten System sind das Eingangssignal $x[n]$ und die Übertragungsfunktion $H\left(e^{j\theta}\right)$ gegeben. Als Eingangssignal wird das Signal $x_1[n]$ von Beispiel 1 verwendet. Die Übertragungsfunktion hat für $\theta \in [-\pi, \pi]$ folgenden Verlauf:

$$H\left(e^{j\theta}\right) = \begin{cases} 1 & 0 < \theta < \pi \\ 0 & -\pi < \theta < 0 \end{cases}.$$

a) **Berechnen und skizzieren** Sie die Fouriertransformation $X\left(e^{j\theta}\right)$ des Eingangssignals $x[n] = x_1[n]$ mit $x_1[n]$ des 1. Beispiels.

$X\left(e^{j\theta}\right) =$

Skizze von $X\left(e^{j\theta}\right)$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$: (Achsen beschriften!)

b) **Skizzieren** Sie die Übertragungsfunktion $H\left(e^{j\theta}\right)$ und **berechnen** Sie **Real- und Imaginärteil der Impulsantwort** $h[n]$ des Systems.

Skizze von $H\left(e^{j\theta}\right)$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$: (Achsen beschriften!)

$\Re e\{h[n]\} =$ $\Im m\{h[n]\} =$

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Fouriertransformation $Y\left(e^{j\theta}\right)$ des Ausgangssignals $y[n]$.

$Y\left(e^{j\theta}\right) =$

Skizze von $Y\left(e^{j\theta}\right)$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie das Ausgangssignal $y[n]$ des Systems.

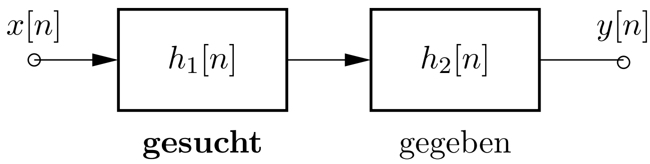
$y[n] =$

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von der Kettenschaltung zweier linearer, zeitinvarianter Systeme mit den Impulsantworten $h_1[n]$ und $h_2[n]$ ist die Impulsantwort $h_2[n]$ gegeben:

$$h_2[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\,\delta[n-1]$$

($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).



a) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H_2(e^{j\theta})$ des gegebenen Teilsystems und **skizzieren** Sie $\left|H_2(e^{j\theta})\right|$.

$H_2\left(e^{j\theta}\right) =$

Skizze von $\left|H_2\left(e^{j\theta}\right)\right|$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$: (Achsen beschriften!)

b) Berechnen Sie jene Übertragungsfunktion $H_1\left(e^{j\theta}\right)$ des gesuchten Teilsystems, für die das Ausgangssignal $y[n]$ des Gesamtsystems gleich dem Eingangssignal $x[n]$ ist ($y[n] = x[n]$, $\forall n$) und **skizzieren** Sie $\left|H_1\left(e^{j\theta}\right)\right|$.

$$H_1\left(e^{j\theta}\right) =$$

Skizze von $\left|H_1\left(e^{j\theta}\right)\right|$ **für** $\theta \in [-\pi, \pi]$**: (Achsen beschriften!)**

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Impulsantwort $h_1[n]$ des gesuchten Teilsystems.

$h_1[n] =$

Skizze von $h_1[n]$: (Achsen beschriften!)

d) Prüfen Sie, ob das gesuchte System mit der Impulsantwort $h_1[n]$

- d_1) kausal
- d_2) stabil

ist und **begründen Sie Ihre Antworten!**

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2-Teilprüfung B

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger, C. Novak 25.4.2007

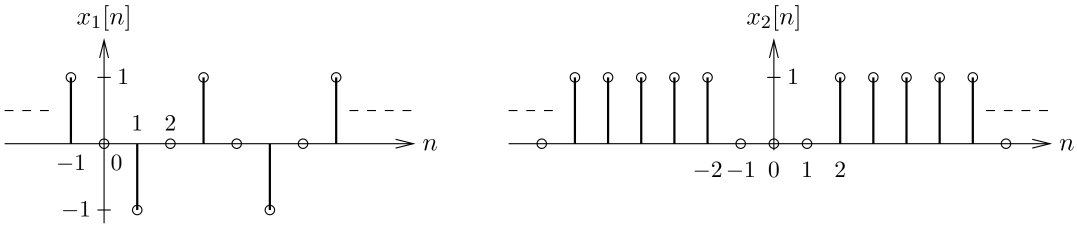
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (33 Punkte)

Gegeben sind die beiden abgebildeten **periodischen, zeitdiskreten Signale** $x_1[n]$ und $x_2[n]$.



a) Bestimmen Sie die **Periodendauer** N_1 von $x_1[n]$ bzw. N_2 von $x_2[n]$

$N_1 =$	$N_2 =$

b) Welche **Symmetrie** (gerade/ungerade/keine) besitzen die gegebenen Signale?
Begründung:

Symmetrie von $x_1[n]$:

Symmetrie von $x_2[n]$:

c) Mit den beiden Signalen $x_1[n]$ und $x_2[n]$ wird das Signal $x[n] = x_1[n]x_2[n]$ gebildet. Skizzieren Sie $x[n]$ und geben Sie die Periodendauer N von $x[n]$ an.

Skizze von $x[n]$: (Achsen beschriften!)

$N =$

d) Berechnen Sie die **Fourierreihenkoeffizienten** c_k des Signals $x[n]$ aus Punkt c).
ACHTUNG: Das Ergebnis muss vereinfacht werden!

$c_k =$	, $k =$

d_1) Sind die Koeffizienten c_k reell/imaginär/komplex?

c_k ist

d_2) Welche Symmetrie zeigen die Koeffizienten c_k?

Symmetrie von c_k:

d_3) **Skizzieren Sie c_k (Achsen beschriften!)**

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Von einem linearen und zeitinvarianten System sind das Eingangssignal $x[n]$ und die Übertragungsfunktion $H\left(e^{j\theta}\right)$ gegeben. Als Eingangssignal wird das Signal $x_1[n]$ von Beispiel 1 verwendet. Die Übertragungsfunktion hat für $\theta \in [-\pi, \pi]$ folgenden Verlauf:

$$H\left(e^{j\theta}\right) = \begin{cases} 0 & 0 < \theta < \pi \\ 1 & -\pi < \theta < 0 \end{cases}.$$

a) **Berechnen und skizzieren** Sie die Fouriertransformation $X\left(e^{j\theta}\right)$ des Eingangssignals $x[n] = x_1[n]$ mit $x_1[n]$ des 1. Beispiels.

$X\left(e^{j\theta}\right) =$

Skizze von $X\left(e^{j\theta}\right)$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$: (Achsen beschriften!)

b) **Skizzieren** Sie die Übertragungsfunktion $H\left(e^{j\theta}\right)$ und **berechnen** Sie **Real- und Imaginärteil der Impulsantwort** $h[n]$ des Systems.

Skizze von $H\left(e^{j\theta}\right)$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$: (Achsen beschriften!)

$$\Re e\{h[n]\} =$$

$$\Im m\{h[n]\} =$$

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Fouriertransformation $Y\left(e^{j\theta}\right)$ des Ausgangssignals $y[n]$.

$Y\left(e^{j\theta}\right) =$

Skizze von $Y\left(e^{j\theta}\right)$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie das Ausgangssignal $y[n]$ des Systems.

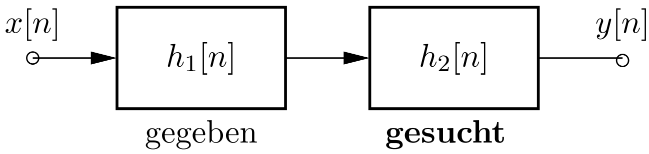
$y[n] =$

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Von der Kettenschaltung zweier linearer, zeitinvarianter Systeme mit den Impulsantworten $h_1[n]$ und $h_2[n]$ ist die Impulsantwort $h_1[n]$ gegeben:

$$h_1[n] = \delta[n-1] - \frac{1}{2}\,\delta[n-2]$$

($\delta[n]$ ist der Einsimpuls).



a) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H_1\big(e^{j\theta}\big)$ des gegebenen Teilsystems und **skizzieren** Sie $\big|H_1\big(e^{j\theta}\big)\big|$.

$H_1(e^{j\theta}) =$

Skizze von $|H_1(e^{j\theta})|$ **für** $\theta \in [-\pi, \pi]$**: (Achsen beschriften!)**

b) Berechnen Sie jene Übertragungsfunktion $H_2(e^{j\theta})$ des gesuchten Teilsystems, für die das Ausgangssignal $y[n]$ des Gesamtsystems gleich dem Eingangssignal $x[n]$ ist ($y[n] = x[n]$, $\forall n$) und **skizzieren** Sie $|H_2(e^{j\theta})|$.

$H_2\left(e^{j\theta}\right) =$

Skizze von $\left|H_2\left(e^{j\theta}\right)\right|$ **für** $\theta \in [-\pi, \pi]$**: (Achsen beschriften!)**

c) **Berechnen und skizzieren** Sie die Impulsantwort $h_2[n]$ des gesuchten Teilsystems.

$h_2[n] =$

Skizze von $h_2[n]$: (Achsen beschriften!)

d) Prüfen Sie, ob das gesuchte System mit der Impulsantwort $h_2[n]$

d_1) kausal

d_2) stabil

ist und **begründen Sie Ihre Antworten!**

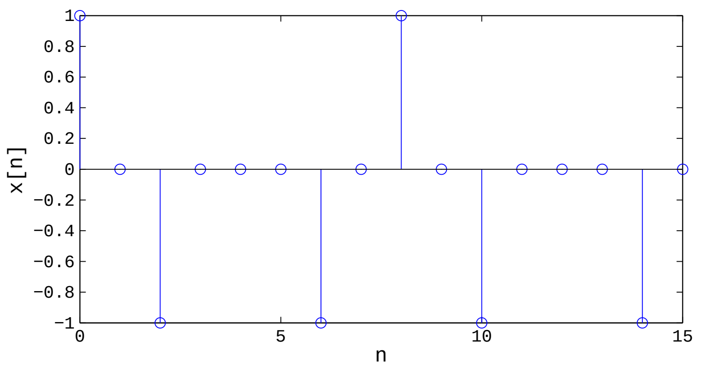
1. Beispiel:

Gruppe A

a) $N_1 = 4,\ N_2 = 8$

b) $x_1[n] = x_1[-n],\ \rightarrow\ x_1[n]$ gerades Signal, detto $x_2[n]$

c) $N = 8$

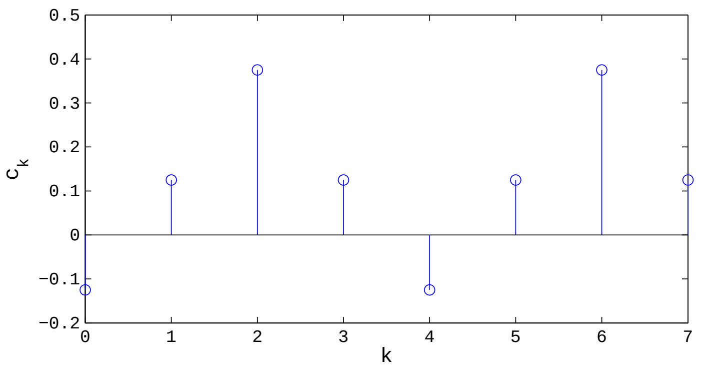


d) $c_k = \frac{1}{8}[-1, 1, 3, 1, -1],\ c_{8-k} = c_k,\ k = 0, 1, 2, 3$
oder mit Einsimpulsen: $c_k = \frac{1}{8}(-\delta[k] + \delta[k-1] + 3\delta[k-2] + \delta[k-3] - \delta[k-4])$

d$_1$) $x[n]$ ist reell und gerade $\rightarrow$ c_k ist reell

d$_2$) $x[n]$ ist reell und gerade $\rightarrow$ c_k ist gerade

d$_3$)



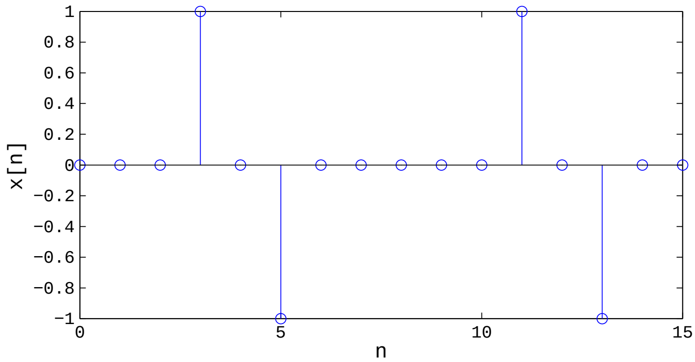
Gruppe B

a) $N_1 = 4,\ N_2 = 8$

b) $x_1[n] = -x_1[-n], \rightarrow\ x_1[n]$ ungerades Signal

$x_2[n] = x_2[-n], \rightarrow\ x_1[n]$ gerades Signal

c) $N = 8$



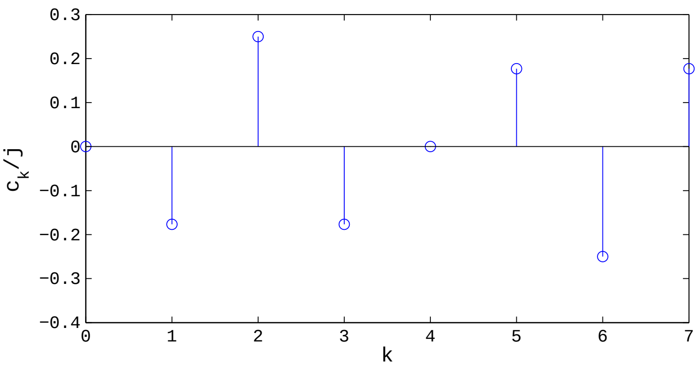
d) $c_k = \frac{j}{4}\left[0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right], \ c_{8-k} = c_k^*, \ k = 0, 1, 2, 3$

oder mit Einsimpulsen: $c_k = \frac{j}{4}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\delta[k-1] + \delta[k-2] - \frac{1}{\sqrt{2}}\delta[k-3]\right)$

d_1) $x[n]$ ist reell und ungerade $\rightarrow\ c_k$ ist imaginär, $c_0 = c_4 = 0$ ist reell

d_2) $x[n]$ ist reell und ungerade $\rightarrow\ \Im m\{c_k\}$ ist ungerade

d_3)



2. Beispiel:

Gruppe A

a) $x[n] = x_1[n] = \cos\frac{\pi}{2}n = \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{2}n} + \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}n}$

und damit $X\left(e^{j\theta}\right) = \pi\delta\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + \pi\delta\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right), \ \theta \in [-\pi, \pi]$, Skizze ist trivial

Alternative: $X\left(e^{j\theta}\right)$ mit Fourierreihenkoeffizienten $c_k = \frac{1}{4}\left(1 - (-1)^k\right)$, $k = 0, 1, 2, 3$ von $x[n] = x_1[n]$ berechnen.

b) Skizze von $H\left(e^{j\theta}\right)$ ist trivial

c) $h[n] = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_0^{\pi} e^{jn\theta} d\theta = \dfrac{j}{2\pi n} \left(1 - (-1)^n\right)$

$\Re e\{h[n]\} = \frac{1}{2}\delta[n]$

$\Im m\{h[n]\} = \begin{cases} 0 & n = 0,\, n \text{ gerade} \\ \frac{1}{\pi n} & n \text{ ungerade} \end{cases}$

d) $Y\left(e^{j\theta}\right) = H\left(e^{j\theta}\right) X\left(e^{j\theta}\right) = \pi\delta\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$, $\theta \in [-\pi, \pi]$, Skizze ist trivial

e) $y[n] = \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{2}n}$

Gruppe B

a) $x[n] = x_1[n] = -\sin\frac{\pi}{2}n = -\frac{1}{2j} e^{j\frac{\pi}{2}n} + \frac{1}{2j} e^{-j\frac{\pi}{2}n}$

und damit $X\left(e^{j\theta}\right) = j\pi\delta\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) - j\pi\delta\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$, $\theta \in [-\pi, \pi]$, Skizze ist trivial

Alternative: $X\left(e^{j\theta}\right)$ mit Fourierreihenkoeffizienten $c_k = \frac{j^k}{4}\left(1 - (-1)^k\right)$, $k = 0, 1, 2, 3$ von $x[n] = x_1[n]$ berechnen.

b) Skizze von $H\left(e^{j\theta}\right)$ ist trivial

c) $h[n] = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-\pi}^{0} e^{jn\theta} d\theta = -\dfrac{j}{2\pi n} \left(1 - (-1)^n\right)$

$\Re e\{h[n]\} = \frac{1}{2}\delta[n]$

$\Im m\{h[n]\} = \begin{cases} 0 & n = 0,\, n \text{ gerade} \\ -\frac{1}{\pi n} & n \text{ ungerade} \end{cases}$

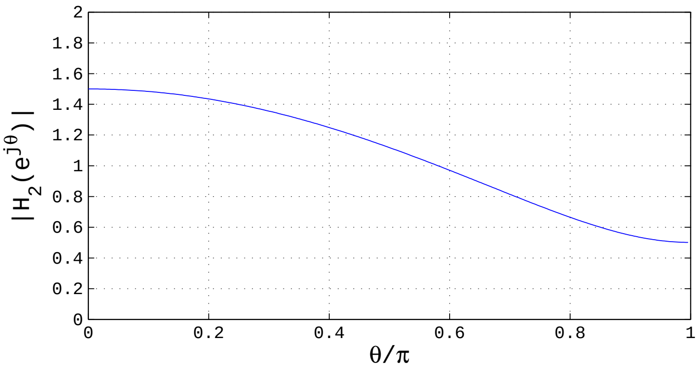
d) $Y\left(e^{j\theta}\right) = H\left(e^{j\theta}\right) X\left(e^{j\theta}\right) = -j\pi\delta\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$, $\theta \in [-\pi, \pi]$, Skizze ist trivial

e) $y[n] = -\frac{j}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}n}$

3. Beispiel:

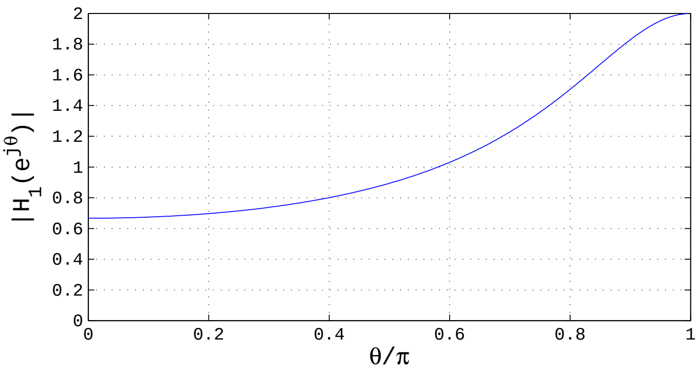
Gruppe A

a) $H_2\left(e^{j\theta}\right) = 1 + \frac{1}{2}e^{-j\theta}$, $\quad H_2\left(e^{j0}\right) = \frac{3}{2}$, $H_2\left(e^{j\pi}\right) = \frac{1}{2}$

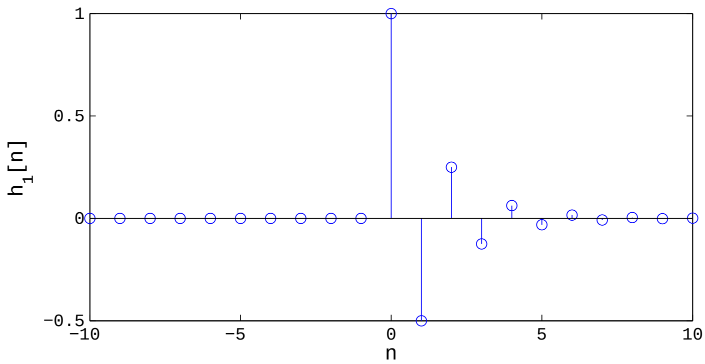


b) $H_1\left(e^{j\theta}\right)H_2\left(e^{j\theta}\right) = 1, \;\rightarrow\; H_1\left(e^{j\theta}\right) = \dfrac{1}{H_2\left(e^{j\theta}\right)} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}e^{-j\theta}}$

$H_1\left(e^{j0}\right) = \frac{2}{3}$, $H_1\left(e^{j\pi}\right) = 2$



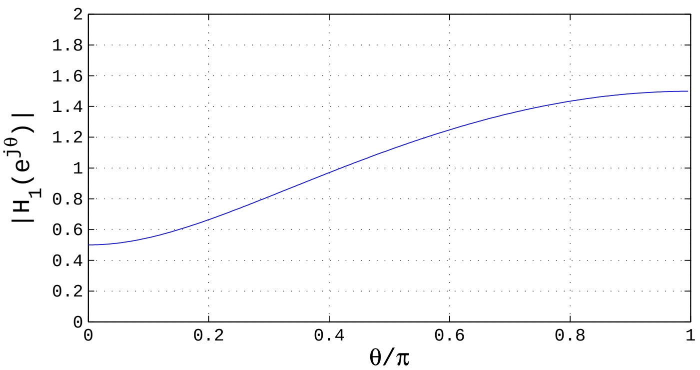
c) Mit Formelsammung: $h_1[n] = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n \sigma[n]$



d) System H_1 ist kausal ($h_1[n] = 0,\, n < 0$) und stabil ($\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_1[n]| < \infty$)

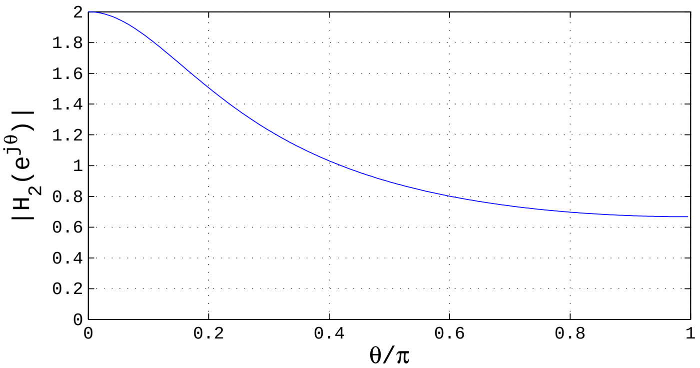
Gruppe B

a) $H_1\left(e^{j\theta}\right) = e^{-j\theta} - \frac{1}{2}e^{-j2\theta} = e^{-j\theta}\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\theta}\right), \quad H_1\left(e^{j0}\right) = \frac{1}{2}$, $H_1\left(e^{j\pi}\right) = -\frac{3}{2}$

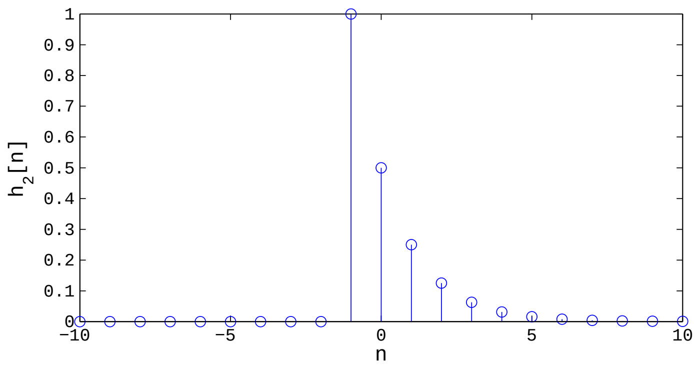


b) $H_1\left(e^{j\theta}\right)H_2\left(e^{j\theta}\right) = 1, \;\rightarrow\; H_2\left(e^{j\theta}\right) = \dfrac{1}{H_1\left(e^{j\theta}\right)} = \dfrac{e^{j\theta}}{1-\frac{1}{2}e^{-j\theta}}$

$H_2\left(e^{j0}\right) = 2,\; H_2\left(e^{j\pi}\right) = -\frac{2}{3}$



c) Mit Formelsammung: $h_2[n] = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1} \sigma[n+1]$



d) System H_2 ist nicht kausal ($h_2[n] \neq 0,\; n < 0$), aber stabil ($\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} |h_2[n]| < \infty$)

2. Probetest 2005

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2 TEST **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 06-04

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (40 Punkte)

Die Übertragungsfunktion eines digitalen Filters habe die Form

$$H(z) = \frac{z^2 - z - \frac{1}{2}}{z(z - \frac{1}{2})} \,.$$

a) Berechnen Sie Pole und Nullstellen von $H(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

b) Berechnen Sie die kausale Impulsantwort $h[n]$ für dieses digitale Filter. Skizzieren Sie $h[n]$.

$$\boxed{h[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

c) Bestimmen Sie eine zum gegebenen $H(z)$ passende Differenzengleichung.

$$\boxed{y[n] \qquad\qquad\qquad = x[n]}$$

d) Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des digitalen Filters.

2. BEISPIEL (30 Punkte)

Gegeben sei die Differenzengleichung eines digitalen Filters:

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = 2x[n] - x[n-1].$$

a) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ für ein verschwindendes Eingangssignal ($x[n] = 0,\ \forall n$) und für die Anfangsbedingung $y[-1] = 1$.

$$\boxed{y[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad}$$

b) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ für verschwindende Anfangsbedingungen und $x[n] = (1/2)^n \sigma[n]$.

$$\boxed{\quad y[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

c) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ für die Anfangsbedingung $y[-1] = 1$ und $x[n] = (1/2)^n \sigma[n]$.

$$\boxed{\quad y[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

3. BEISPIEL (30 Punkte)

Gegeben ist die $\mathcal{Z}$-Transformation

$$X(z) = \frac{1 - (2z)^{-6}}{1 + (2z)^{-1}}$$

mit dem Konvergenzbereich $|z| > \frac{1}{2}$.

a) Berechnen Sie das zugehörige Zeitsignal $x[n]$.

$x[n] =$

b) Berechnen Sie die diskrete 6-Punkte Fouriertransformation (DFT) $X_1[k]$, $k = 0, 1, \ldots 5$ des Signals $x_1[n] = x[n]$, $n = 0, 1, \ldots 5$.

$X_1[k] =$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2 TEST **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 06-2005

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Der Lösungsweg inklusive Ansatz muss erkennbar sein. Nur die Lösung anzugeben genügt nicht.
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (34 Punkte)

Von einem kausalen digitalen Filter ist das **Eingangssignal** $x[n]$ und die **Z-Transformation** $Y(z)$ **des Ausgangssignals** $y[n]$ gegeben:

$$x[n] = \delta[n] - \left(\frac{1}{3}\right)^n \sigma[n]$$

$$Y(z) = \frac{1}{6} \frac{z-2}{z^2 - \frac{5}{6}z + \frac{1}{6}}$$

(Einsimpuls $\delta[n]$, zeitdiskrete Sprungfunktion $\sigma[n]$).

a) Berechnen und skizzieren Sie das **Ausgangssignal** $y[n]$.

$$y[n] =$$

b) Berechnen Sie die **Übertragungsfunktion** $H(z)$ des digitalen Filters.

$$\boxed{H(z) = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

c) Berechnen Sie **Pole und Nullstellen** von $H(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Die **Impulsantwort** $h[n]$ eines digitalen Filters ist gegeben:

$$h[n] = n\sigma[n] - (n-5)\sigma[n-5]$$

(zeitdiskrete Sprungfunktion $\sigma[n]$).

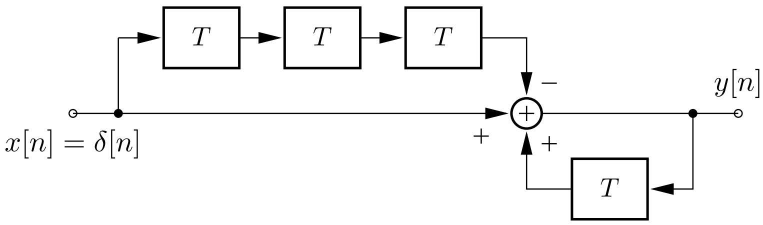
a) Geben Sie ein **Schaltbild**, bestehend aus Verzögerungselementen, Addierern und Multiplizieren, des digitalen Filters an.

b) Geben Sie eine **Differenzengleichung** für das digitale Filter an.

c) Ist das digitale Filter **stabil?** Geben Sie bei der Begründung das verwendete **Stabilitätskriterium** an!

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Ein digitales Filter ist durch das folgende Schaltbild gegeben:



a) Berechnen und skizzieren Sie für $x[n] = \delta[n]$ das **Ausgangssignal** $y[n]$ (Einsimpuls $\delta[n]$).

$$\boxed{y[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

b) Berechnen Sie die **Z-Transformation** $Y(z)$ von $y[n]$.

$$Y(z) =$$

c) Berechnen Sie die **diskrete** 6**-Punkte Fouriertransformation (DFT)** $Y_1[k]$, $k = 0, 1, \ldots 5$ des Signals $y_1[n] = y[n]$, $n = 0, 1, \ldots 5$.

$$Y_1[k] =$$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2 TEST **B**

Institut für Nachrichtentechnik und Hochfrequenztechnik

G. Doblinger 06-2005

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Der Lösungsweg inklusive Ansatz muss erkennbar sein. Nur die Lösung anzugeben genügt nicht.
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (34 Punkte)

Von einem kausalen digitalen Filter ist das **Ausgangssignal** $y[n]$ und die **Z-Transformation** $X(z)$ **des Eingangssignals** $x[n]$ gegeben:

$$X(z) = \frac{1}{2} \frac{1}{z - \frac{1}{2}}$$

$$y[n] = \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \sigma[n-1] - \frac{8}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \sigma[n-1]$$

(zeitdiskrete Sprungfunktion $\sigma[n]$).

a) Berechnen und skizzieren Sie das **Eingangssignal** $x[n]$.

$$\boxed{x[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

b) Berechnen Sie die **Übertragungsfunktion** $H(z)$ des digitalen Filters.

$$\boxed{H(z) = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

c) Berechnen Sie **Pole und Nullstellen** von $H(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Die **Impulsantwort** $h[n]$ eines digitalen Filters ist gegeben:

$$h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + n\sigma[n]$$

(Einsimpuls $\delta[n]$, zeitdiskrete Sprungfunktion $\sigma[n]$).

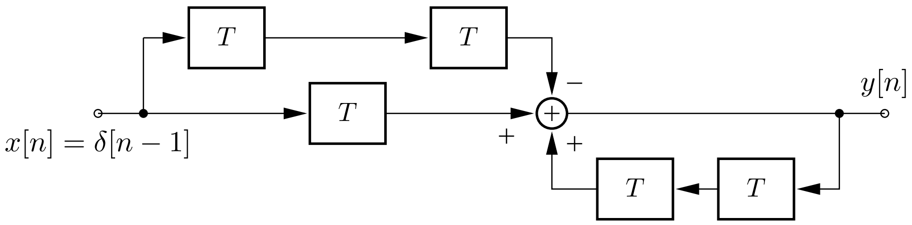
a) Geben Sie ein **Schaltbild**, bestehend aus Verzögerungselementen, Addierern und Multiplizieren, des digitalen Filters an.

b) Geben Sie eine **Differenzengleichung** für das digitale Filter an.

c) Ist das digitale Filter **stabil?** Geben Sie bei der Begründung das verwendete **Stabilitätskriterium** an!

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Ein digitales Filter ist durch das folgende Schaltbild gegeben:



a) Berechnen und skizzieren Sie für $x[n] = \delta[n-1]$ das **Ausgangssignal** $y[n]$ (Einsimpuls $\delta[n]$).

$$\boxed{y[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

b) Berechnen Sie die **Z-Transformation** $Y(z)$ von $y[n]$.

$$Y(z) =$$

c) Berechnen Sie die **diskrete 6-Punkte Fouriertransformation (DFT)** $Y_1[k]$, $k = 0, 1, \ldots 5$ des Signals $y_1[n] = y[n]$, $n = 0, 1, \ldots 5$.

$$Y_1[k] =$$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2 TEST **C**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 06-2005

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Der Lösungsweg inklusive Ansatz muss erkennbar sein. Nur die Lösung anzugeben genügt nicht!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (34 Punkte)

Von einem kausalen digitalen Filter ist die **Impulsantwort** $h[n]$ und die **Z-Transformation** $Y(z)$ **des Ausgangssignals** $y[n]$ gegeben:

$$h[n] = \delta[n] + \frac{1}{8}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}\sigma[n-2]$$

$$Y(z) = \frac{1}{z^2\left(z-\frac{3}{4}\right)}$$

(Einsimpuls $\delta[n]$, zeitdiskrete Sprungfunktion $\sigma[n]$).

a) Berechnen Sie die **Übertragungsfunktion** $H(z)$ des digitalen Filters.

$$H(z) =$$

b) Berechnen Sie **Pole und Nullstellen** von $H(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

c) Berechnen und skizzieren Sie das **Eingangssignal** $x[n]$.

$$x[n] =$$

2. BEISPIEL (33 Punkte)

Die **Impulsantwort** $h[n]$ eines digitalen Filters ist gegeben:

$$h[n] = (n-2)\sigma[n-2] - n\sigma[n]$$

(zeitdiskrete Sprungfunktion $\sigma[n]$).

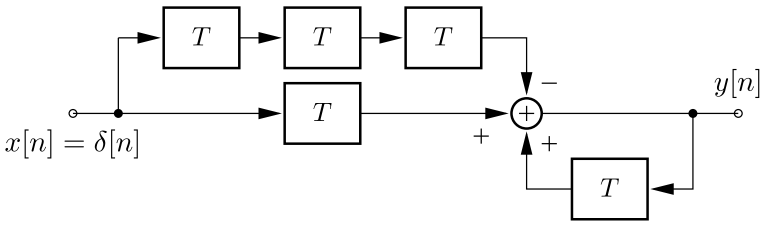
a) Geben Sie ein **Schaltbild**, bestehend aus Verzögerungselementen, Addierern und Multiplizieren, des digitalen Filters an.

b) Geben Sie eine **Differenzengleichung** für das digitale Filter an.

c) Ist das digitale Filter **stabil?** Geben Sie bei der Begründung das verwendete **Stabilitätskriterium** an!

3. BEISPIEL (33 Punkte)

Ein digitales Filter ist durch das folgende Schaltbild gegeben:



a) Berechnen und skizzieren Sie für $x[n] = \delta[n]$ das **Ausgangssignal** $y[n]$ (Einsimpuls $\delta[n]$).

$$y[n] =$$

b) Berechnen Sie die **Z-Transformation** $Y(z)$ von $y[n]$.

$$Y(z) =$$

c) Berechnen Sie die **diskrete** 6**-Punkte Fouriertransformation (DFT)** $Y_1[k]$, $k = 0, 1, \dots 5$ des Signals $y_1[n] = y[n]$, $n = 0, 1, \dots 5$.

$$Y_1[k] =$$

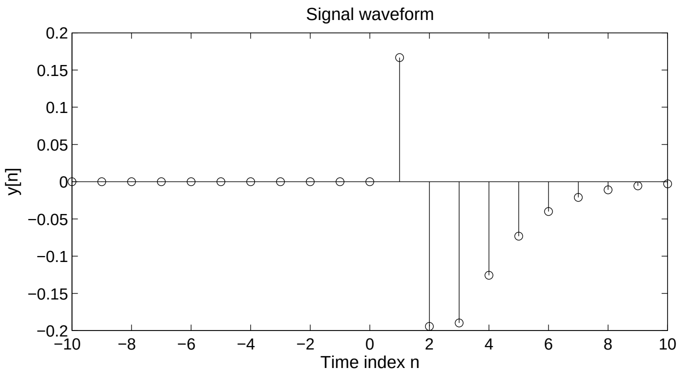
Lösungen zu den 2. Tests
Signale und Systeme 2, Sommersemester 2005

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik E389
27.6.2005 G. Doblinger

1. Beispiel:

Gruppe A

a) $y[n] = \frac{5}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\sigma[n-1] - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\sigma[n-1]$



b) $H(z) = -\frac{1}{2}\frac{z-2}{z-\frac{1}{2}}$

c) $z_0 = 2, \quad z_\infty = \frac{1}{2}$

Gruppe B

a) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\sigma[n-1]$

Skizze trivial

b) $H(z) = -\frac{1}{3}\frac{z-3}{z-\frac{1}{3}}$

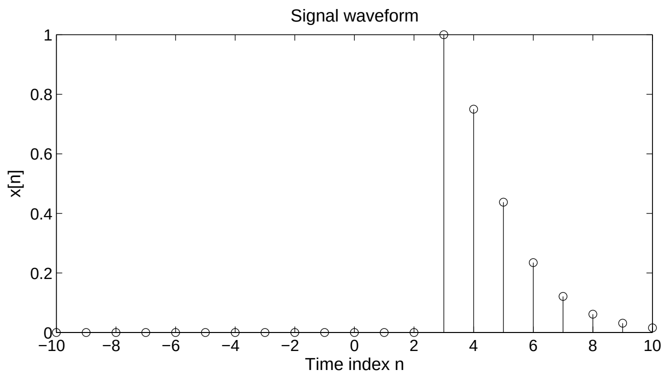
c) $z_0 = 3, \quad z_\infty = \frac{1}{3}$

Gruppe C

a) $H(z) = \frac{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z-\frac{1}{4}\right)}{z\left(z-\frac{3}{4}\right)}$

b) $z_{01} = \frac{1}{4}, \quad z_{01} = \frac{1}{2}, \quad z_{\infty 1} = 0, \quad z_{\infty 2} = \frac{3}{4}$

c) $x[n] = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\sigma[n-2] - 4\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2}\sigma[n-2]$



2. Beispiel:

Gruppe A

a) Filterblock 2. Grades plus Verzögerung von $x[n]$ um $4T$, über $H(z)$ bestimmen

b) $y[n] - 2y[n-1] + y[n-2] = x[n-1] - x[n-6]$

c) Filter ist instabil, da $h[n]$ nicht absolut summierbar bzw. Pol am Einheitskreis.

Gruppe B

a) Filterblock 2. Grades plus Verzögerung von $x[n]$ um T, über $H(z)$ bestimmen

b) $y[n] - 2y[n-1] + y[n-2] = x[n] - x[n-2] + x[n-3]$

c) Filter ist instabil, da $h[n]$ nicht absolut summierbar bzw. zweifacher Pol am Einheitskreis.

Gruppe C

a) Filterblock 1. Grades plus Verzögerung von $x[n]$ um T, über $H(z)$ bestimmen

b) $y[n] - y[n-1] = -x[n-1] - x[n-2]$

c) Filter ist instabil, da $h[n]$ nicht absolut summierbar bzw. Pol am Einheitskreis.

3. Beispiel:

Gruppe A

a) $y[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$, über $Y(z)$ berechnen, Skizze trivial

b) $Y(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}$

c) $Y[k] = Y(z)\big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{6}k}}, \quad k = 0, \ldots, 5$

Gruppe B

a) $y[n] = (-1)^{n-2}\sigma[n-2]$, über $Y(z)$ berechnen, Skizze trivial

b) $Y(z) = \dfrac{1}{z(z+1)}$

c) $Y[k] = Y(z)\Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{6}k}}, \quad k = 0, \ldots, 5$

Gruppe C

a) $y[n] = \delta[n-1] + \delta[n-2]$, über $Y(z)$ berechnen, Skizze trivial

b) $Y(z) = z^{-1} + z^{-2}$

c) $Y[k] = Y(z)\Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{6}k}}, \quad k = 0, \ldots, 5$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2 TEST **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 21.6.2006

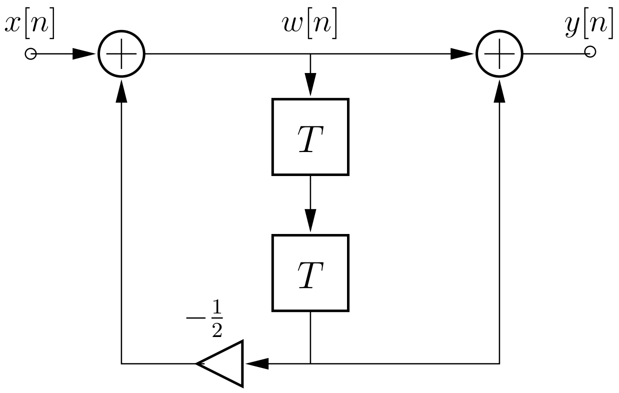
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (40 Punkte)

Gegeben ist das abgebildete Schaltbild eines digitalen Filters:



a) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$ des digitalen Filters.

$$H(z) =$$

b) **Berechnen** Sie Pole und Nullstellen von $H(z)$ und **skizzieren** Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

Skizze: (Achsen beschriften!)

c) Ein digitales Filter kann durch eine Differenzengleichung der Form

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \, y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k \, x[n-k]$$

beschrieben werden. Bestimmen Sie die Parameter N, M, a_k, b_k für das gegebene digitale Filter.

$N =$ $\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad$, $\quad M =$
a_k :
b_k :

d) **Berechnen und skizzieren** Sie die Impulsantwort $h[n]$ des digitalen Filters.

$h[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

e) **Berechnen und skizzieren** Sie die Systemantwort $y[n]$ auf das Eingangssignal $x[n] = 0, \forall n$ und mit den **Anfangsbedingungen** $w[-1] = 0$, $w[-2] = -2$.

ACHTUNG: Die Anfangsbedingungen beziehen sich auf das Zwischensignal $w[n]$!

$\boxed{y[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

Skizze: (Achsen beschriften!)

2. BEISPIEL (28 Punkte)

Von einem linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten System ist die Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = \begin{cases} 1 - \frac{|n-2|}{2} & 0 \leq n \leq 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

a) **Skizzieren** Sie ein Schaltbild des gegebenen Systems.

b) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$.

$$\boxed{H(z) = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

c) **Berechnen** Sie Pole und Nullstellen von $H(z)$ und **skizzieren** Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

Skizze: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie die diskrete Fouriertransformation (DFT) $H[k]$ der Länge $N = 4$ für die gegebene Impulsantwort $h[n]$.

$H[k] =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$, $k =$

3. BEISPIEL (32 Punkte)

Von der Z-Transformierten $X(z)$ sind die Pole z_{∞_i} und Nullstellen z_{0_i} gegeben:

$$z_{\infty_1} = \frac{1}{2},\ z_{\infty_2} = -\frac{1}{2}, \qquad z_{0_1} = 1,\ z_{0_2} = 0.$$

Um das zugehörige Zeitsignal $x[n]$ eindeutig zu bestimmen, sind **zwei zusätzliche Bedingungen** gegeben:

1. $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty,$
2. $X(e^{j\theta})\Big|_{\theta=\pi} = 1.$

a) **Berechnen** Sie $X(z)$.

$X(z) =$

b) **Berechnen und skizzieren** Sie $x[n]$.

$x[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2 TEST **B**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 21.6.2006

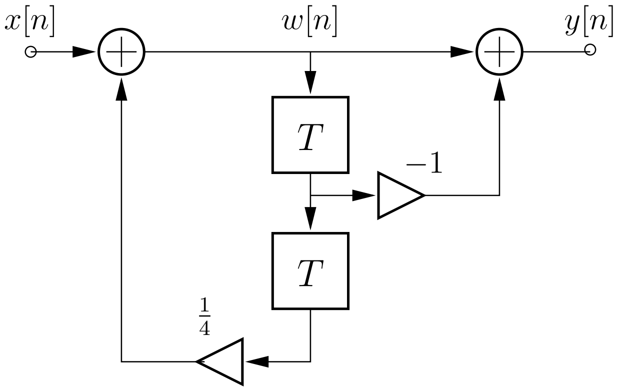
Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (40 Punkte)

Gegeben ist das abgebildete Schaltbild eines digitalen Filters:



a) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$ des digitalen Filters.

$$H(z) =$$

b) **Berechnen** Sie Pole und Nullstellen von $H(z)$ und **skizzieren** Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

Skizze: (Achsen beschriften!)

c) Ein digitales Filter kann durch eine Differenzengleichung der Form

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \, y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k \, x[n-k]$$

beschrieben werden. Bestimmen Sie die Parameter N, M, a_k, b_k für das gegebene digitale Filter.

$N =$, $M =$
a_k :
b_k :

d) **Berechnen und skizzieren** Sie die Impulsantwort $h[n]$ des digitalen Filters.

$h[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

e) **Berechnen und skizzieren** Sie die Systemantwort $y[n]$ auf das Eingangssignal $x[n] = 0,\ \forall n$ und mit den **Anfangsbedingungen** $w[-1] = 0$, $w[-2] = 4$.

ACHTUNG: Die Anfangsbedingungen beziehen sich auf das Zwischensignal $w[n]$!

$y[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

2. BEISPIEL (28 Punkte)

Von einem linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten System ist die Impulsantwort gegeben:

$$h[n] = \begin{cases} (-1)^n \left(1 - \frac{|n-2|}{2}\right) & 0 \leq n \leq 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

a) **Skizzieren** Sie ein Schaltbild des gegebenen Systems.

b) **Berechnen** Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$.

$$H(z) =$$

c) **Berechnen** Sie Pole und Nullstellen von $H(z)$ und **skizzieren** Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

Skizze: (Achsen beschriften!)

d) **Berechnen** Sie die diskrete Fouriertransformation (DFT) $H[k]$ der Länge $N = 4$ für die gegebene Impulsantwort $h[n]$.

$H[k] =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$, $k =$

3. BEISPIEL (32 Punkte)

Von der Z-Transformierten $X(z)$ sind die Pole z_{∞_i} und Nullstellen z_{0_i} gegeben:

$$z_{\infty_1} = 2,\ z_{\infty_2} = -2, \qquad z_{0_1} = 0,\ z_{0_2} = -1.$$

Um das zugehörige Zeitsignal $x[n]$ eindeutig zu bestimmen, sind **zwei zusätzliche Bedingungen** gegeben:

1. $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty,$

2. $X(e^{j\theta})\big|_{\theta=0} = 1.$

a) **Berechnen** Sie $X(z)$.

$$X(z) =$$

b) **Berechnen und skizzieren** Sie $x[n]$.

$x[n] =$

Skizze: (Achsen beschriften!)

Lösungen zu den 2. Tests
Signale und Systeme 2, Sommersemester 2006

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik E389
20.6.2006 G. Doblinger

1. Beispiel:

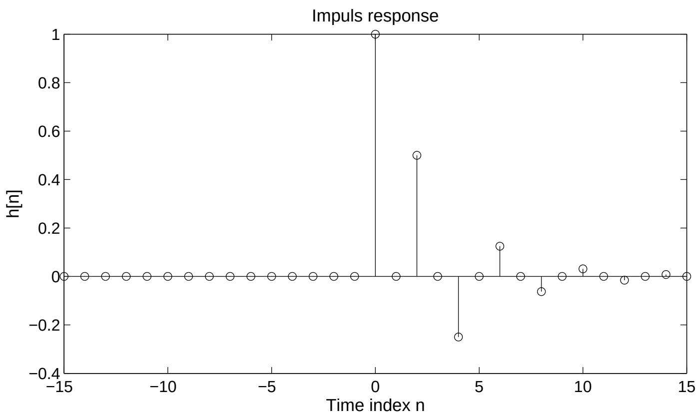
Gruppe A

a) $H(z) = \dfrac{z^2+1}{z^2+\frac{1}{2}} = 1 + \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{z^2+\frac{1}{2}} = 1 - j\dfrac{\sqrt{2}}{4}\dfrac{1}{z-\frac{j}{\sqrt{2}}} + j\dfrac{\sqrt{2}}{4}\dfrac{1}{z+\frac{j}{\sqrt{2}}}$

b) Pole: $z_{\infty_{1,2}} = \pm\frac{j}{\sqrt{2}}$, Nullstellen: $z_{0_{1,2}} = \pm j$

c) $y[n] + \frac{1}{2}\,y[n-2] = x[n] + x[n-2]$,
$N = M = 2,\ a_0 = 1,\ a_1 = 0,\ a_2 = \frac{1}{2},\ b_0 = 1,\ b_1 = 0,\ b_2 = 1$

d) $h[n] = \delta[n] - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n j^n\big(1+(-1)^n\big)\sigma[n-1] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ -\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}} & n \text{ gerade} \\ 0 & n < 0,\ n \text{ ungerade} \end{cases}$



e) mit $x[n] \equiv 0$, $w[-1] = 0$ und $w[-2] = -2$ folgt
$W(z) = 1 - \frac{1}{2}z^{-2}W(z)$ und $Y(z) = -2 + W(z)\,(1+z^{-2})$
$\Rightarrow \quad Y(z) = -2 + H(z)$ und damit $y[n] = -2\delta[n] + h[n]$
(Sieht man auch direkt anhand des Schaltbildes: $w[-2] = -2$ entspricht der Einspeisung von $-2\delta[n]$ am Ausgang des unteren Verzögerungselements.)

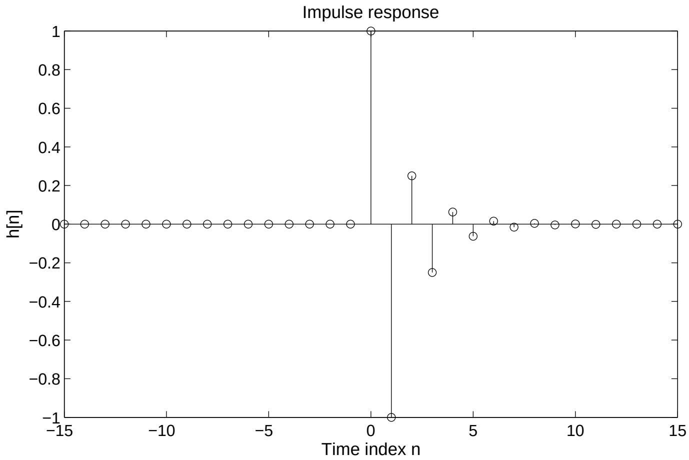
Gruppe B

a) $H(z) = \dfrac{z^2 - z}{z^2 - \frac{1}{4}} = 1 - \dfrac{z - \frac{1}{4}}{z^2 - \frac{1}{4}} = 1 - \dfrac{3}{4}\dfrac{1}{z+\frac{1}{2}} - \dfrac{1}{4}\dfrac{1}{z-\frac{1}{2}}$

b) Pole: $z_{\infty_{1,2}} = \pm\frac{1}{2}$, Nullstellen: $z_{0_1} = 0,\ z_{0_2} = 1$

c) $y[n] - \frac{1}{4}\,y[n-2] = x[n] - x[n-1]$,
$N = 2,\ M = 1,\ a_0 = 1,\ a_1 = 0,\ a_2 = -\frac{1}{4},\ b_0 = 1,\ b_1 = -1$

d) $h[n] = \delta[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \big(3(-1)^n - 1\big)\sigma[n-1]$

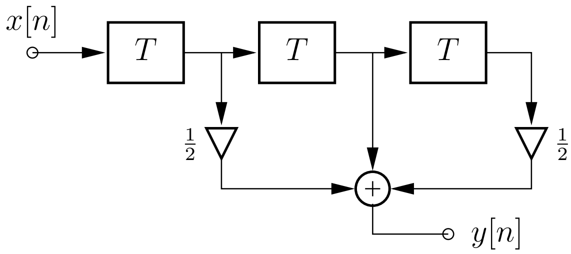


e) mit $x[n] \equiv 0$, $w[-1] = 0$ und $w[-2] = 4$ folgt
$W(z) = 1 - \frac{1}{4}z^{-2}W(z)$ und $Y(z) = W(z)\,(1 - z^{-1})$
$\Rightarrow \quad Y(z) = H(z)$ und damit $y[n] = h[n]$
(Sieht man auch direkt anhand des Schaltbildes: $w[-2] = 4$ entspricht der Einspeisung von $4\delta[n]$ am Ausgang des unteren Verzögerungselements.)

2. Beispiel:

Gruppe A

a) $h[n] = \frac{1}{2}\,\delta[n-1] + \delta[n-2] + \frac{1}{2}\,\delta[n-3]$
$\Rightarrow$ FIR-Filter:



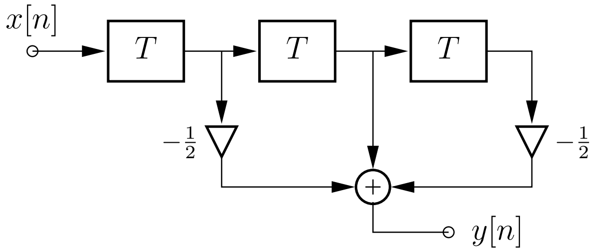
b) $H(z) = \dfrac{1}{2z^3}\,(z+1)^2$

c) 2-fache Nullstelle bei $z = -1$, 3-fache Polstelle bei $z = 0$

d) $H[k] = H(z)\Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{4}k}}, \quad k = 0, 1, 2, 3$

Gruppe B

a) $h[n] = -\frac{1}{2}\,\delta[n-1] + \delta[n-2] - \frac{1}{2}\,\delta[n-3]$
$\Rightarrow$ FIR-Filter:



b) $H(z) = -\dfrac{1}{2z^3}\,(z-1)^2$

c) 2-fache Nullstelle bei $z = 1$, 3-fache Polstelle bei $z = 0$

d) $H[k] = H(z)\big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{4}k}}, \quad k = 0, 1, 2, 3$

3. Beispiel:

Gruppe A

a) $X(z) = k\,\dfrac{z(z-1)}{\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{2}\right)}$

$k = \frac{3}{8}$ ergibt sich aus $X(-1) = 1$ (2. gegebene Bedingung)

b) $x[n]$ ist eine stabile Folge (1. gegebene Bedingung); Pole von $X(z)$ liegen innerhalb des Einheitskreises

$\Rightarrow$ $x[n]$ muss ein rechtsseitiges Signal sein, $X(z)$ konvergiert für $|z| > \frac{1}{2}$

$x[n] = \frac{3}{8}\left(\delta[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\left(3(-1)^n - 1\right)\sigma[n-1]\right)$

(Lösung entspricht bis auf Faktor $\frac{3}{8}$ jener von Gruppe B, Beispiel 1, Punkt d)

Gruppe B

a) $X(z) = k\,\dfrac{z(z+1)}{(z-2)(z+2)}$

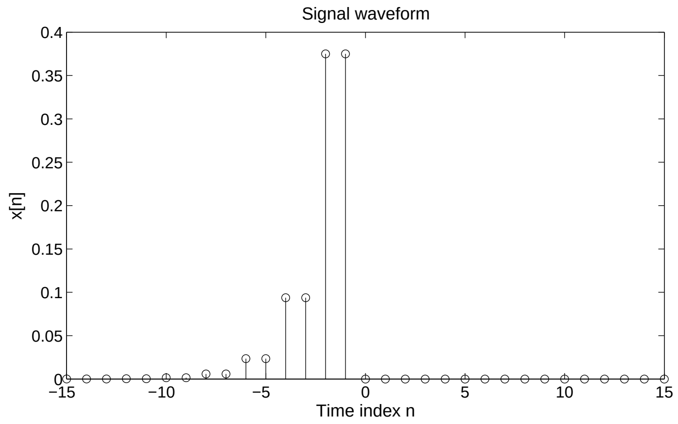
$k = -\frac{3}{2}$ ergibt sich aus $X(1) = 1$ (2. gegebene Bedingung)

b) $x[n]$ ist eine stabile Folge (1. gegebene Bedingung); Pole von $X(z)$ liegen außerhalb des Einheitskreises

$\Rightarrow$ $x[n]$ muss ein linksseitiges Signal sein, $X(z)$ konvergiert für $|z| < 2$

$X(z) = -\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\,\frac{1}{z+2} - \frac{9}{4}\,\frac{1}{z-2}$

$x[n] = -\frac{3}{2}\,\delta[n] + \frac{3}{8}\,2^n\left((-1)^n + 3\right)\sigma[-n]$


Signal waveform
x[n]
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
−15
−10
−5
0
5
10
15
Time index n

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2-Teilprüfung **A**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger, C. Novak 20.6.2007

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (32 Punkte)

Es ist die Z-Transformation $X(z)$ eines zeitdiskreten Signals $x[n]$ gegeben:

$$X(z) = \frac{\rho z}{z^2 - \sqrt{2}\,\rho z + \rho^2},$$

mit $\rho \in \mathbb{R}$, $\rho > 0$.

a) Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen von $X(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm, wobei Sie die Pole als Funktion von ρ (Kurve) in der komplexen z-Ebene einzeichnen.

Nullstellen:	Pole:

Pol/Nullstellendiagramm: (Achsen beschriften!)

b) Bestimmen Sie den Wertebereich von ρ, für den $x[n]$ ein **stabiles, rechtsseitiges (kausales)** Signal ist und berechnen Sie dieses Signal mit der inversen Z-Transformation.

Wertebereich von ρ:

$$\boxed{x[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

2. BEISPIEL (34 Punkte)

Ein zeitdiskretes System sei durch die folgende Differenzengleichung charakterisiert:

$$y[n] - ay[n-1] = x[n-1] - ax[n], \quad |a| < 1,\ a \neq 0.$$

a) Zeichnen Sie ein Schaltbild des Systems bestehend aus Addierern, Multiplizierern und Verzögerungselementen.

b) Berechnen Sie für ein allgemeines a die Impulsantwort $h[n]$ des Systems. Skizzieren Sie $h[n]$ für $a = \frac{1}{2}$.

$h[n] =$

Skizze von $h[n]$ für $a = \frac{1}{2}$: (Achsen beschriften!)

c) Berechnen Sie für ein allgemeines a die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems und skizzieren Sie den Betragsverlauf des Frequenzgangs $\left|H\left(e^{j\theta}\right)\right|$.

$H(z) =$

Skizze von $\left|H\left(e^{j\theta}\right)\right|$: (Achsen beschriften!)

d) Berechnen Sie für ein allgemeines a das Ausgangssignal $y[n]$ für $x[n] = \delta[n]$, mit der Anfangsbedingung $y[-1] = 1$. ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls.)

$y[n] =$

3. BEISPIEL (34 Punkte)

Gegeben ist ein digitales Filter mit der folgenden Übertragungsfunktion:

$$H(z) = \frac{z^2 - 3z}{\left(z - \frac{1}{2}\right)\left(z + \frac{1}{3}\right)}\,.$$

a) Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen von $H(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

Nullstellen:	Pole:

Pol/Nullstellendiagramm: (Achsen beschriften!)

b) Zeichnen Sie ein Schaltbild des Systems

b_1) als **Kaskadenform** (Kettenschaltung von zwei Filterblöcken mit Addierern, Multiplizierern und Verzögerungselementen),

b_2) als **Parallelform** (Parallelschaltung von zwei Filterblöcken mit Addierern, Multiplizierern und Verzögerungselementen).

c) Berechnen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des digitalen Filters.

$h[n] =$

d) Berechnen Sie die Diskrete Fouriertransformation (DFT) $X[k]$ der Länge $N = 4$ von $x[n] = h[n],\ n = 0, \ldots, 3$.

$X[k] =$, $k =$

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SuS2-Teilprüfung **B**

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger, C. Novak 20.6.2007

> **Bitte beachten Sie:**
> - An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
> - Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
> - Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
> - **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (32 Punkte)

Es ist die Z-Transformation $X(z)$ eines zeitdiskreten Signals $x[n]$ gegeben:

$$X(z) = \frac{\rho z}{z^2 - \rho z + \rho^2},$$

mit $\rho \in \mathbb{R}$, $\rho > 0$.

a) Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen von $X(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm, wobei Sie die Pole als Funktion von ρ (Kurve) in der komplexen z-Ebene einzeichnen.

Nullstellen:	Pole:

Pol/Nullstellendiagramm: (Achsen beschriften!)

b) Bestimmen Sie den Wertebereich von ρ, für den $x[n]$ ein **stabiles, rechtsseitiges (kausales)** Signal ist und berechnen Sie dieses Signal mit der inversen Z-Transformation.

Wertebereich von ρ:

$x[n] =$

2. BEISPIEL (34 Punkte)

Ein zeitdiskretes System sei durch die folgende Differenzengleichung charakterisiert:

$$y[n] + ay[n-1] = x[n-1] + ax[n], \quad |a| < 1,\ a \neq 0.$$

a) Zeichnen Sie ein Schaltbild des Systems bestehend aus Addierern, Multiplizierern und Verzögerungselementen.

b) Berechnen Sie für ein allgemeines a die Impulsantwort $h[n]$ des Systems. Skizzieren Sie $h[n]$ für $a = \frac{1}{4}$.

$h[n] =$

Skizze von $h[n]$ für $a = \frac{1}{4}$: (Achsen beschriften!)

c) Berechnen Sie für ein allgemeines a die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems und skizzieren Sie den Betragsverlauf des Frequenzgangs $\left|H\left(e^{j\theta}\right)\right|$.

$H(z) =$

Skizze von $\left|H\left(e^{j\theta}\right)\right|$: (Achsen beschriften!)

d) Berechnen Sie für ein allgemeines a das Ausgangssignal $y[n]$ für $x[n] = \delta[n]$, mit der Anfangsbedingung $y[-1] = 2$. ($\delta[n]$ ist der Einsimpuls.)

$y[n] =$

3. BEISPIEL (34 Punkte)

Gegeben ist ein digitales Filter mit der folgenden Übertragungsfunktion:

$$H(z) = \frac{z^2 + 2z}{\left(z - \frac{1}{4}\right)\left(z + \frac{1}{2}\right)} .$$

a) Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen von $H(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

Nullstellen:	Pole:

Pol/Nullstellendiagramm: (Achsen beschriften!)

b) Zeichnen Sie ein Schaltbild des Systems

b_1) als **Kaskadenform** (Kettenschaltung von zwei Filterblöcken mit Addierern, Multiplizierern und Verzögerungselementen),

b_2) als **Parallelform** (Parallelschaltung von zwei Filterblöcken mit Addierern, Multiplizierern und Verzögerungselementen).

c) Berechnen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des digitalen Filters.

$h[n] =$

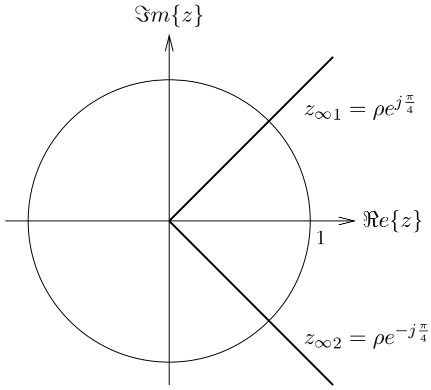
d) Berechnen Sie die Diskrete Fouriertransformation (DFT) $X[k]$ der Länge $N = 4$ von $x[n] = h[n],\ n = 0, \ldots, 3$.

$X[k] =$ $\qquad\qquad$ $, k =$

1. Beispiel:

Gruppe A

a) Nullstellen: $z_{01} = 0$, $z_{02} = \infty$, Pole: $z_{\infty 1,2} = \rho e^{\pm j\frac{\pi}{4}}$



b) $|\rho| < 1$

$$x[n] = \sqrt{2}\,\rho^n \sin\frac{\pi}{4} n\,\sigma[n]$$

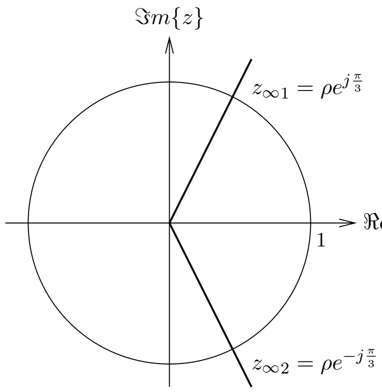
(mit Formelsammlung oder Partialbruchzerlegung)

$$X(z) = \frac{\rho}{z_{\infty 1} - z_{\infty 2}} \left(\frac{z}{z - z_{\infty 1}} - \frac{z}{z - z_{\infty 2}} \right)$$

$$x[n] = \frac{\rho}{z_{\infty 1} - z_{\infty 2}} \left({z_{\infty 1}}^n - {z_{\infty 2}}^n \right) \sigma[n]$$

Gruppe B

a) Nullstellen: $z_{01} = 0$, $z_{02} = \infty$, Pole: $z_{\infty 1,2} = \rho e^{\pm j\frac{\pi}{3}}$



b) $|\rho| < 1$

$$x[n] = \frac{2}{\sqrt{3}}\,\rho^n \sin\frac{\pi}{3}n\,\sigma[n]$$

(mit Formelsammlung oder Partialbruchzerlegung)

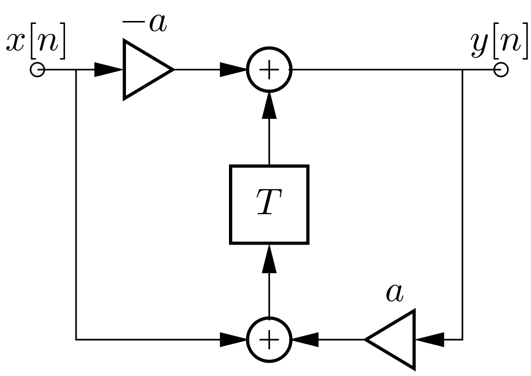
$$X(z) = \frac{\rho}{z_{\infty 1} - z_{\infty 2}}\left(\frac{z}{z - z_{\infty 1}} - \frac{z}{z - z_{\infty 2}}\right)$$

$$x[n] = \frac{\rho}{z_{\infty 1} - z_{\infty 2}}\left(z_{\infty 1}^{\,n} - z_{\infty 2}^{\,n}\right)\sigma[n]$$

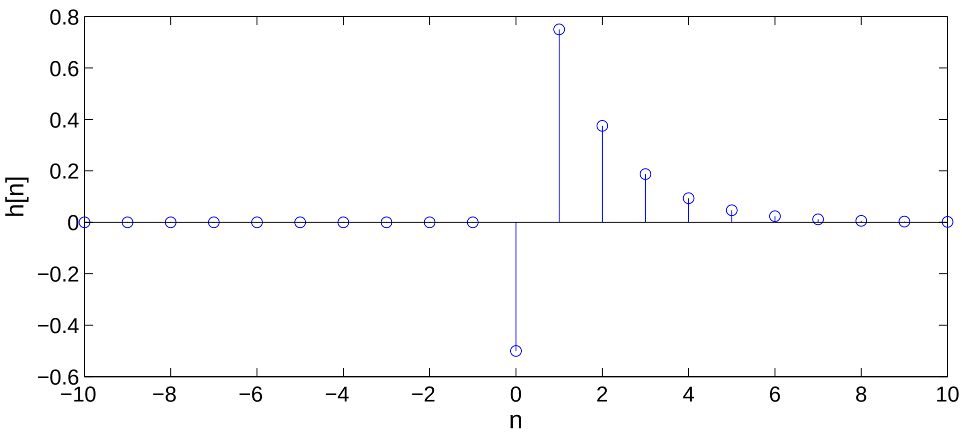
2. Beispiel:

Gruppe A

a)



b) $h[n] = a^{n-1}\sigma[n-1] - a^{n+1}\sigma[n]$

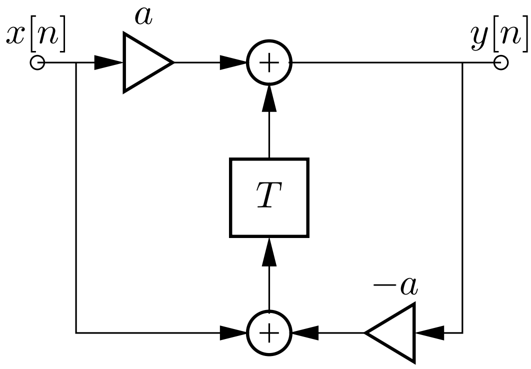


c) $H(z) = \dfrac{1 - az}{z - a}\,, \quad \left|H\left(e^{j\theta}\right)\right| \equiv 1$

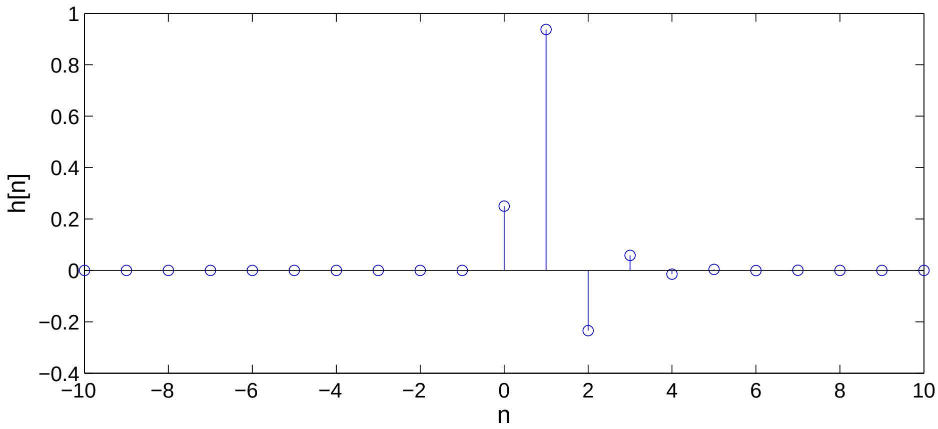
d) $y[n] = a^{n-1}\sigma[n-1]$

Gruppe B

a)



b) $h[n] = (-a)^{n-1}\sigma[n-1] - (-a)^{n+1}\sigma[n]$



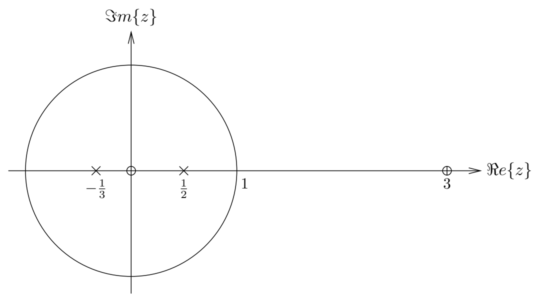
c) $H(z) = \dfrac{1 + az}{z + a}\,, \quad \left|H\left(e^{j\theta}\right)\right| \equiv 1$

d) $y[n] = (-a)^{n-1}\sigma[n-1] + (-a)^{n+1}\sigma[n]$

3. Beispiel:

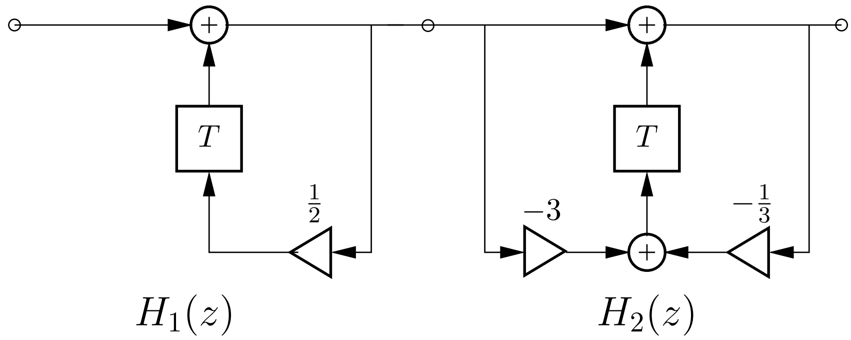
Gruppe A

a) Nullstellen: $z_{01} = 0$, $z_{02} = 3$, Pole: $z_{\infty 1} = \frac{1}{2}$, $z_{\infty 2} = -\frac{1}{3}$

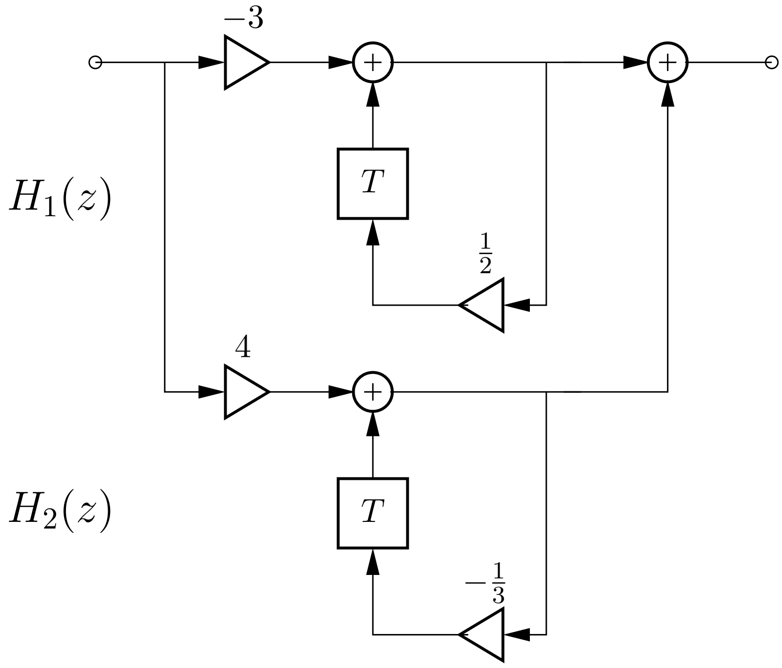


b)

b$_1$) $H(z) = H_1(z)\,H_2(z) = \underbrace{\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}}_{H_1(z)}\;\underbrace{\dfrac{1-3z^{-1}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}}_{H_2(z)}$



b$_2$) $H(z) = H_1(z) + H_2(z) = \underbrace{\dfrac{-3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}}_{H_1(z)} + \underbrace{\dfrac{4}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}}_{H_2(z)}$



c) mit Partialbruchzerlegung (Parallelform):

$h[n] = -3\left(\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n] + 4\left(-\frac{1}{3}\right)^n \sigma[n]$

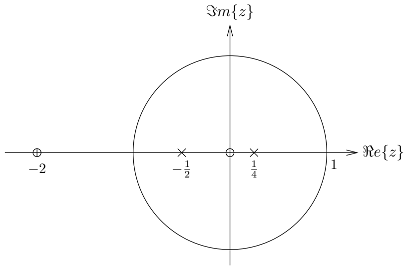
d) $X[k] = H(z)\Big|_{z=e^{j\frac{\pi}{2}k}}$

z.B. mit $H(z)$ aus Parallelform:

$$X[k] = \frac{-3\,e^{j\frac{\pi}{2}k}}{e^{j\frac{\pi}{2}k}-\frac{1}{2}} + \frac{4\,e^{j\frac{\pi}{2}k}}{e^{j\frac{\pi}{2}k}+\frac{1}{3}}\,, \quad k = 0,1,2,3$$

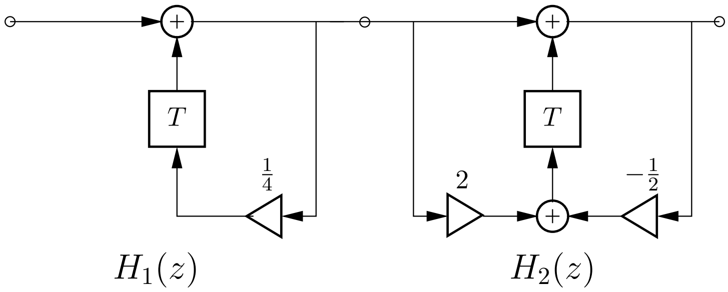
Gruppe B

a) Nullstellen: $z_{01} = 0$, $z_{02} = -2$, Pole: $z_{\infty 1} = \frac{1}{4}$, $z_{\infty 2} = -\frac{1}{2}$

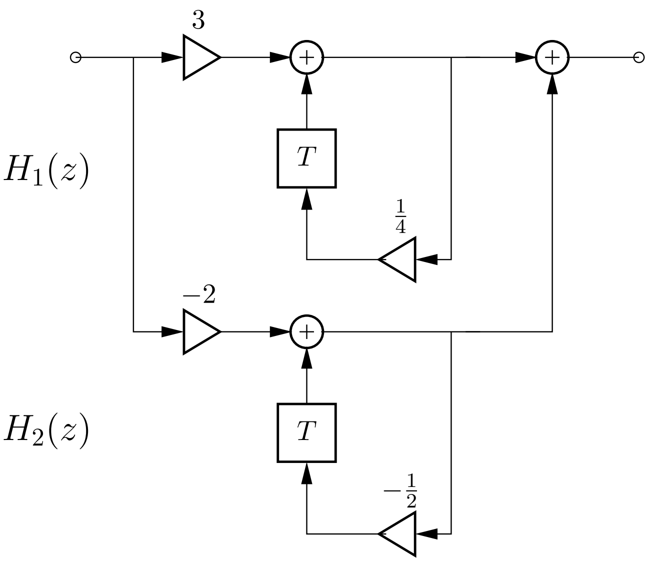


b)

b_1) $$H(z) = H_1(z)\,H_2(z) = \underbrace{\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}}_{H_1(z)}\;\underbrace{\frac{1+2z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}}_{H_2(z)}$$



b_2) $$H(z) = H_1(z) + H_2(z) = \underbrace{\frac{3}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}}_{H_1(z)} + \underbrace{\frac{-2}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}}_{H_2(z)}$$



c) mit Partialbruchzerlegung (Parallelform):

$h[n] = 3\left(\frac{1}{4}\right)^n \sigma[n] - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n]$

d) $X[k] = H(z)\Big|_{z=e^{j\frac{\pi}{2}k}}$

z.B. mit $H(z)$ aus Parallelform:

$$X[k] = \frac{3\,e^{j\frac{\pi}{2}k}}{e^{j\frac{\pi}{2}k} - \frac{1}{4}} - \frac{2\,e^{j\frac{\pi}{2}k}}{e^{j\frac{\pi}{2}k} + \frac{1}{2}}\,, \quad k = 0, 1, 2, 3$$