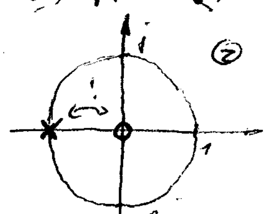
2. Klausur aus Signale und Systeme 2 — 11.06.2003 — Gruppe B

1. Beispiel: geg: $H(z) = \dfrac{1 - z^{-4}}{(1 - z^{-1})(1 + z^{-2})}$

ⓐ ges: Pol/Nullstellendiagramm zeichnen + berechnen

Lösung: $H(z) = \dfrac{z^4 - 1}{z(z-1)(z^2+1)} = \dfrac{\cancel{(z-1)}\cancel{(z-j)}(z+1)\cancel{(z+j)}}{z\cancel{(z-1)}\cancel{(z+j)}\cancel{(z-j)}} = 1 + z^{-1} = \dfrac{z+1}{z}$

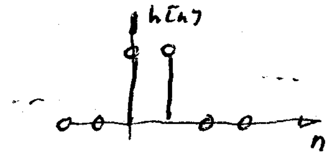
$\Rightarrow$ Pole: $z_{0,\infty} = 0$; Nst.: $z_{0,c} = -1$ } jeweils 1-fach



$\Rightarrow$ Konvergenzgebiet $0 < |z| < \infty$

ⓑ ges $h[n]$; formal + zeichnen

$h[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{1 + z^{-1}\} = \delta[n] + \delta[n-1]$



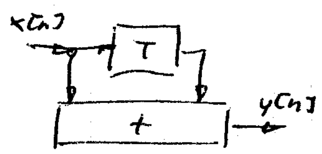
ⓒ ges: Differenzengleichung

$H(z) = 1 + z^{-1} = \dfrac{Y(z)}{X(z)} \Rightarrow X(z)[1 + z^{-1}] = Y(z) \quad / \mathcal{Z}^{-1}$

$x[n] + x[n-1] = y[n]$

ⓓ Blockschaltbild

gewählt: Transversalfilter (nichtrekursiv)



ⓔ Ist das Filter rekursiv? Begründung?

Antwort: wie man will!

Begründung: $h[n]$ ist endlich, Konvergenzbereich $0 < |z| < \infty \Rightarrow$ stabil } $\Rightarrow$ FIR-Filter möglich

aber auch rekursive Struktur mögl.

---

2. Beispiel: geg: $2y[n] - y[n-1] = x[n]$

ⓐ ges: $y[n]$ bei verschw. Anfangsbedingungen mit $x[n] = \sigma[n]$

$2Y(z) - z^{-1}Y(z) = \dfrac{z}{z-1} \Rightarrow \dfrac{z}{(z-1)(2-z^{-1})} = Y(z) = \dfrac{1}{(1-z^{-1})(2-z^{-1})} = \dfrac{A}{1-z^{-1}} + \dfrac{B}{2-z^{-1}} =$

$= \dfrac{1}{1-z^{-1}} + \dfrac{-1}{2-z^{-1}} = \dfrac{z}{z-1} - \dfrac{1}{2}\dfrac{z}{z-\frac{1}{2}}$

$\bullet\!\!-\!\!\circ \; y[n] = \left\{1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right\}\sigma[n]$

$y[-1] = -2;\ x[n] = 0\ \forall n$

$2Y(z) - y[-1] - z^{-1}Y(z) = X(z)$ $\qquad \Rightarrow X(z) \overset{!}{=} 0$

$Y(z)[2 - z^{-1}] = -2$

$$Y(z) = -\frac{2}{2-z^{-1}} = -\frac{z}{z-\frac{1}{2}} \;\bullet\!\!-\!\!\circ\; y[n] = -\left(\tfrac{1}{2}\right)^n \sigma[n]$$

(c) $y[-1] = -2;\ x[n] = \sigma[n]$

$Y(z)[2 - z^{-1}] = \frac{z}{z-1} - 2$

$$Y(z) = \frac{2-z}{(z-1)(2-z^{-1})} = \frac{2z^{-1}-1}{(1-z^{-1})(2-z^{-1})} = \frac{A}{(1-z^{-1})} + \frac{B}{2-z^{-1}} =$$

$$= \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{3}{2-z^{-1}} = \frac{z}{z-1} - \frac{3}{2}\cdot\frac{z}{z-\frac{1}{2}} \;\bullet\!\!-\!\!\circ\; y[n] = \left\{1 - 3\left(\tfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right\}\sigma[n]$$

Beispiel 3: geg.: $X(z) = \frac{2-z^{-1}}{1-2z^{-1}}$

ges. $x[n]$ für Konvergenzbereich $|z| < 2$!! $\Rightarrow$ linksseitiges Signal ; + zeichnen

$$X(z) = \frac{2z-1}{z-2} = \frac{2z}{z-2} - \frac{1}{z-2} = 2\cdot\frac{z}{z-2} - z^{-1}\cdot\frac{z}{z-2}$$

$$\bullet\!\!-\!\!\circ\; x[n] = 2\cdot 2^n \sigma[-n-1] + \overset{2^{n-1}}{\cancel{}}\cdot\sigma[-(n-1)-1] =$$

$$= 2^n\left\{\tfrac{1}{2}\sigma[-n] - 2\sigma[-(n+1)]\right\}$$