ZUNAME: ....
VORNAME: ....
MAT. NR.: ....

2. SuS2 TEST **B**
Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik
G. Doblinger 06-04

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die SuS2-Formelsammlung verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
- Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- Mobiltelefone müssen während des Tests ausgeschaltet sein!

	Punkte
1	
2	
3	
Σ	

1. BEISPIEL (40 Punkte)

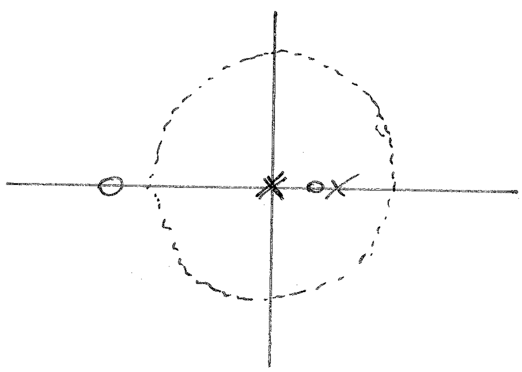
Die Übertragungsfunktion eines digitalen Filters habe die Form

$$H(z) = \frac{z^2 + z - \frac{1}{2}}{z^2(z - \frac{1}{2})}.$$

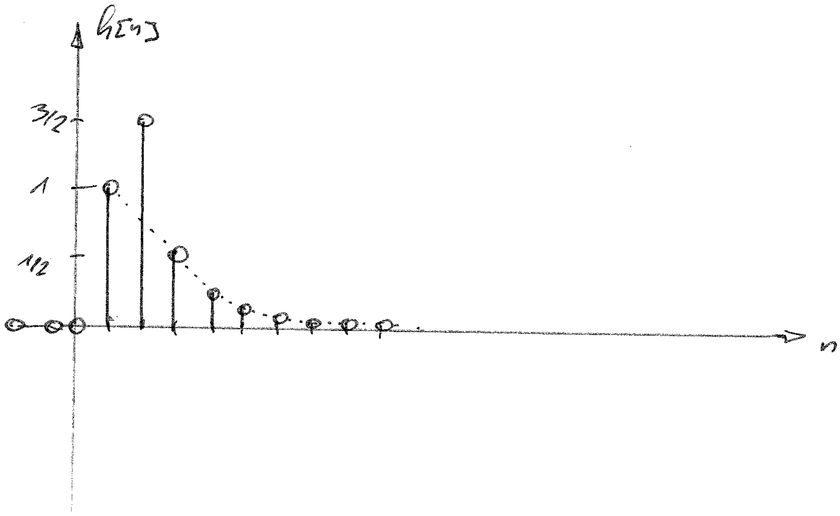
a) Berechnen Sie Pole und Nullstellen von $H(z)$ und skizzieren Sie das Pol/Nullstellendiagramm.

Nst: $z_{01,02} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ $(z_\infty = 0)$

Pol: 2-fach $z_{p01} = 0$, $z_{p03} = \frac{1}{2}$



b) Berechnen Sie die kausale Impulsantwort $h[n]$ für dieses digitale Filter. Skizzieren Sie $h[n]$.



$h[n] =$

c) Bestimmen Sie eine zum gegebenen $H(z)$ passende Differenzengleichung.

$$y[n] - \frac{1}{2} y[n-1] = x[n-1] + x[n-2] - \frac{1}{2} x[n-3]$$

$y[n] \qquad\qquad\qquad = x[n]$

d) Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des digitalen Filters.

2. BEISPIEL (30 Punkte)

Gegeben sei die Differenzengleichung eines digitalen Filters:

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n-2].$$

a) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ für ein verschwindendes Eingangssignal ($x[n] = 0,\ \forall n$) und für die Anfangsbedingung $y[-1] = 2$.

$$\boxed{y[n] = \qquad\qquad\qquad}$$

b) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ für verschwindende Anfangsbedingungen und $x[n] = (1/2)^n \sigma[n]$.

$$Y(z) = \frac{1}{(z-\frac{1}{2})^2}$$

$$B(z) = \frac{1}{z-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{dB(z)}{dz} = -\frac{1}{(z-\frac{1}{2})^2}$$

$$\Rightarrow Y(z) = -\frac{dB}{dz}$$

$$Y(z) = z^{-1}\left(-z\frac{dB(z)}{dz}\right)$$

$$y[n] = (n-1)\, b[n-1] = (n-1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \sigma[n-2]$$

$$b[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \sigma[n-1]$$

$y[n] =$

c) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ für die Anfangsbedingung $y[-1] = 2$ und $x[n] = (1/2)^n \sigma[n]$.

$y[n] = y_a[n] + y_b[n]$

y_a ... Ergebnis aus Bsp a

y_b ... — " — Bsp. b

$y[n] =$

3. BEISPIEL (30 Punkte)

Gegeben ist die $\mathcal{Z}$-Transformation

$$X(z) = \frac{1 + (2z)^{-6}}{1 + (2z)^{-2}}$$

mit dem Konvergenzbereich $|z| > \frac{1}{2}$.

a) Berechnen Sie das zugehörige Zeitsignal $x[n]$.

$x[n] = \delta[n] - \frac{1}{4}\delta[n-2] + \frac{1}{16}\delta[n-4]$

$x[n] =$

b) Berechnen Sie die diskrete 6-Punkte Fouriertransformation (DFT) $X_1[k]$, $k = 0, 1, \ldots 5$ des Signals $x_1[n] = x[n]$, $n = 0, 1, \ldots 5$.

$$X_1[k] = \sum_{n=0}^{2} \left(-\frac{1}{4}\right)^n \left(e^{-j\frac{2\pi k}{3}}\right)^n = \frac{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^3}{1 + \frac{1}{4} e^{-j\frac{2\pi k}{3}}}$$

$X_1[k] =$

2. Probetest 2000

ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. SST2–TEST 16.6.1999

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik

> **Bitte beachten Sie:**
> - Als schriftliche Unterlage darf nur die SST-Formelsammlung verwendet werden.
> - Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. Zusatzblätter werden ignoriert!
> - Eine lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung der Ausarbeitung ist für die Beurteilung Ihrer Arbeit unbedingt erforderlich!

1. BEISPIEL (50 Punkte)

Gegeben sei ein N-Punkte Signal $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$. Die zugehörige **diskrete Fouriertransformation (DFT)** sei $X(k)$, $k = 0, 1, \dots, N-1$.
Nun wird ein NL-Punkte Signal $y(n)$ betrachtet, das mit $x(n)$ in folgendem Zusammenhang steht:

$$y(n) = \begin{cases} x\left(\frac{n}{L}\right) & n = 0, L, 2L, \dots, (N-1)L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(L ganzzahlig).

a) Berechnen Sie allgemein den Zusammenhang zwischen der N-Punkte DFT $X(k)$ und der NL-Punkte DFT $Y(k)$.

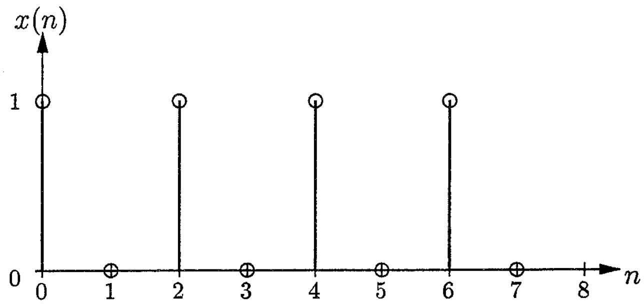
$$\boxed{Y(k) = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad , k = 0, 1, \ldots, NL - 1}$$

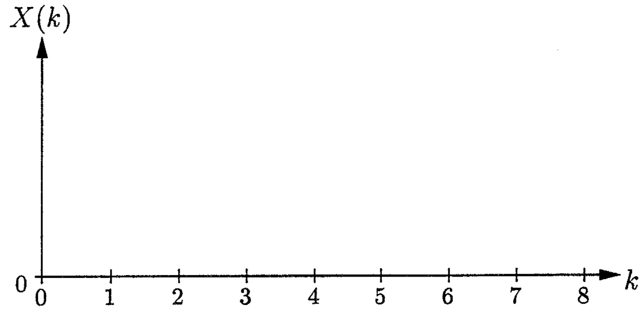
b) Berechnen und skizzieren Sie die DFT $X(k)$ für das abgebildete $N = 8$ - Punkte Signal $x(n)$ und die DFT $Y(k)$ bzw. das Signal $y(n)$ für den Faktor $L = 2$.

Kontrollieren Sie, ob das Resultat aus Punkt (a) richtig ist und **beschriften** Sie die vertikalen Achsen!

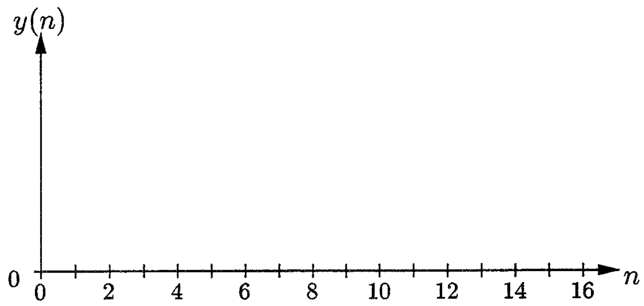
SST2 16.6.99

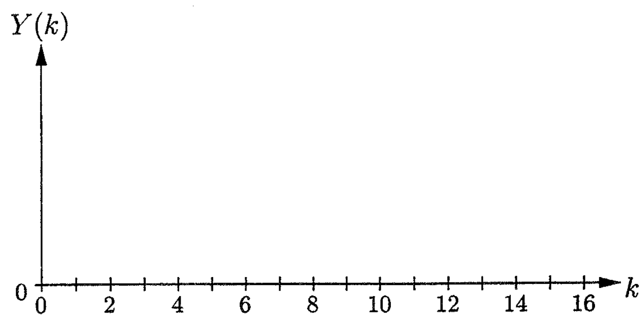
$x(n), \quad N = 8$:





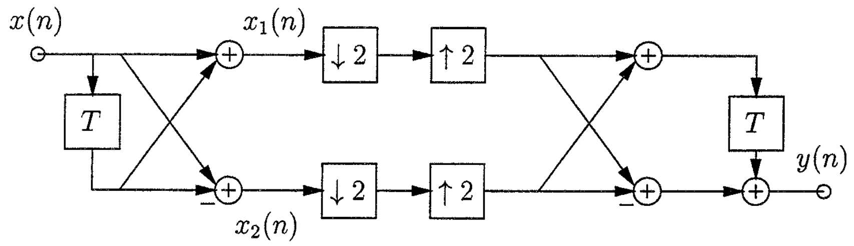
$y(n), \quad L = 2$:





2. BEISPIEL (50 Punkte)

Das abgebildete System ist der einfachste Fall einer 2-Kanal Polyphasenfilterbank mit maximaler Taktratenreduktion. In diesem Beispiel sollen Sie zeigen, daß dieses Filterbanksystem sehr interessante Eigenschaften besitzt.



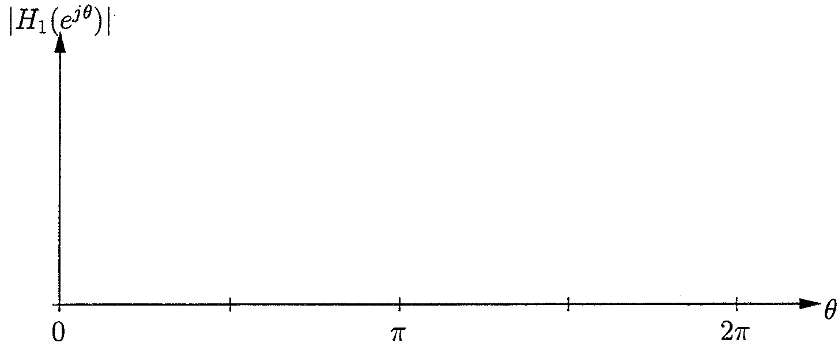
a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktionen der Teilbandfilter $H_1(z) = \frac{X_1(z)}{X(z)}$ und $H_2(z) = \frac{X_2(z)}{X(z)}$ und skizzieren Sie deren Betragsfrequenzgänge. Beachten Sie das Minuszeichen bei zwei Addierern!

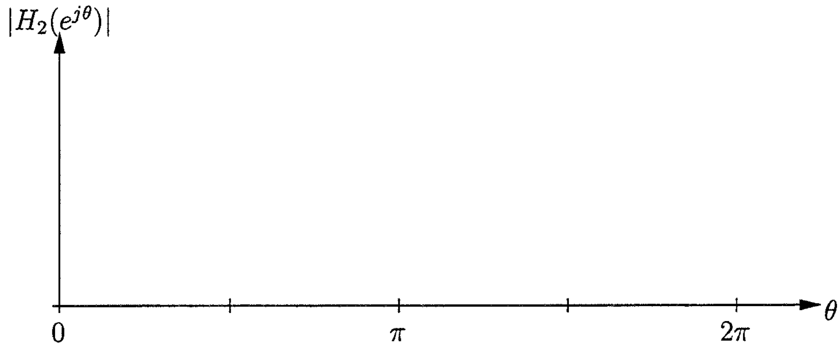
$H_1(z) =$

$H_2(z) =$

SST2 26.6.99

Skizzen der Betragsfrequenzgänge (vertikale Achsen beschriften!):





b) Berechnen Sie den Ausdruck $|H_1(e^{j\theta})|^2 + |H_2(e^{j\theta})|^2 \quad \forall\theta$.

$$\boxed{|H_1(e^{j\theta})|^2 + |H_2(e^{j\theta})|^2 =}$$

c) Berechnen Sie (möglichst geschickt!) den Zusammenhang zwischen Eingangssignal $x(n)$ und Ausgangssignal $y(n)$ des Filterbanksystems.

$y(n) =$