



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

VIENNA
UNIVERSITY OF
TECHNOLOGY



RECHENBEISPIELE ZUR VO SCHALTUNGSTECHNIK LVA: 354.019

Kerstin Schneider
Horst Zimmermann

Dezember 2005

Inhaltsverzeichnis:

Beispiel 01: Transistor-Gegentaktendstufe im B-Betrieb: Verlustleistung und Dimensionierung der Kühlung	B01/1 – B01/8
Beispiel 02: Transistor-Gegentaktendstufe im AB-Betrieb	B02/1 – B02/3
Beispiel 03: Subtrahierverstärker	B03/1 – B03/4
Beispiel 04: Integrator	B04/1 – B04/4
Beispiel 05: Hochpassfilter	B05/1 – B05/4
Beispiel 06: Kompl. Rückkopplungsfaktor	B06/1 – B06/6
Beispiel 07: Nullindikator	B07/1 – B07/4
Beispiel 08: Spannungs/Strom-Interface	B08/1 – B08/6
Beispiel 09: CMOS-Analog-Multiplexer	B09/1 – B09/3
Beispiel 10: 1/f Rauschen bei OV's	B10/1 – B10/3
Beispiel 11: Rauschen bei OV's – praktische Größen	B11/1 – B11/3
Beispiel 12: Elektrometerverstärker	B12/1 – B12/2
Beispiel 13: Elektrometerverstärker 2	B13/1 – B13/6
Beispiel 14: Pre- und Deemphasis	B14/1 – B14/3

Beispiel 1

Transistor-Gegentakt-Endstufe im B-Betrieb: Verlustleistung und Dimensionierung der Kühlung

Eine Transistor-Gegentaktendstufe im B-Betrieb soll bei sinusförmiger Aussteuerung an einen Lastwiderstand von 8Ω eine Leistung von 25 Watt abgeben können. Bestimmen Sie die notwendige Versorgungsspannung der Schaltung bei symmetrischer Versorgung. Errechnen Sie die in der Endstufe auftretende Verlustleistung und ermitteln Sie den maximal zulässigen thermischen Widerstand $R_{th(KB-U)}$ des Kühlbleches. Als Endstufentransistoren werden BD243/BD244 verwendet. (→ Datenblätter)

Vorgangsweise:

- 1) Versorgungsspannung
- 2) Leiten Sie eine Gleichung für die bei sinusförmiger Aussteuerung in **einem** der beiden Transistoren entstehende **maximale** Verlustleistung ab.
- 3) Dimensionierung des Kühlkörpers.

Lösung:

1) Versorgungsspannung

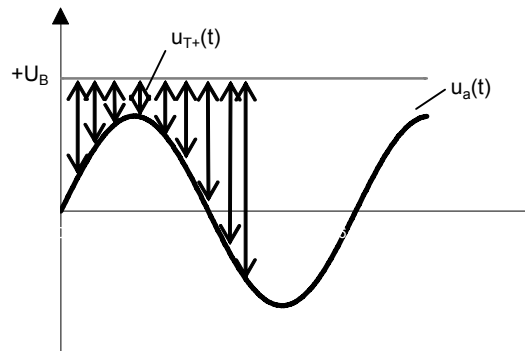
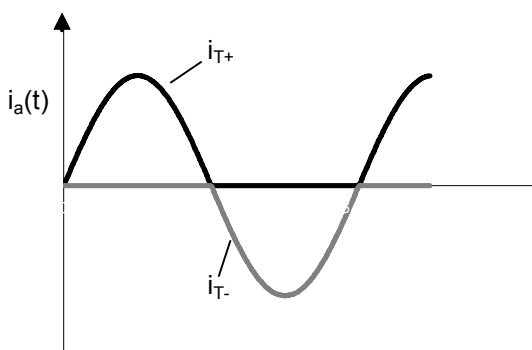
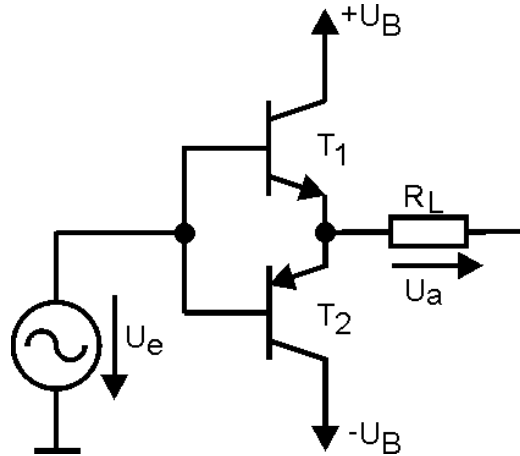
$$P_L = \frac{\hat{u}^2}{2 \cdot R_L} \rightarrow \hat{u} = \dots = 20V$$

$$U_{CE,Rest} \approx 2 \dots 3V$$

$$\Rightarrow \underline{U_B := 22V}$$

2) Maximale Verlustleistung eines Transistors:

- B-Betrieb
- sin-Aussteuerung



$$p_{v_{T+}} = u_{T+}(t) \cdot i_{T+}(t)$$

$$P_{v_{T+}} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} [U_B - u_a(t)] \cdot i_a(t) dt$$

$$\rightarrow u_a(t) = \hat{u}_a \cdot \sin(\omega t), \quad i_a(t) = \frac{u_a(t)}{R_L}$$

$$P_{v_{T+}} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \left(\frac{U_B \cdot \hat{u}_a}{R_L} \cdot \sin(\omega t) - \frac{\hat{u}_a^2}{R_L} \cdot \sin^2(\omega t) \right) dt$$

$$\int_0^{T/2} \sin(\omega t) dt = \frac{1}{\omega} - \frac{\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega} = +\frac{T}{\pi}$$

↑↑

$$\omega = 2\pi f = \frac{1}{T} 2\pi$$

↓↓

$$\int_0^{T/2} \sin^2(\omega t) dt = \frac{\omega T - \sin(\omega T)}{4\omega} = +\frac{T}{4}$$

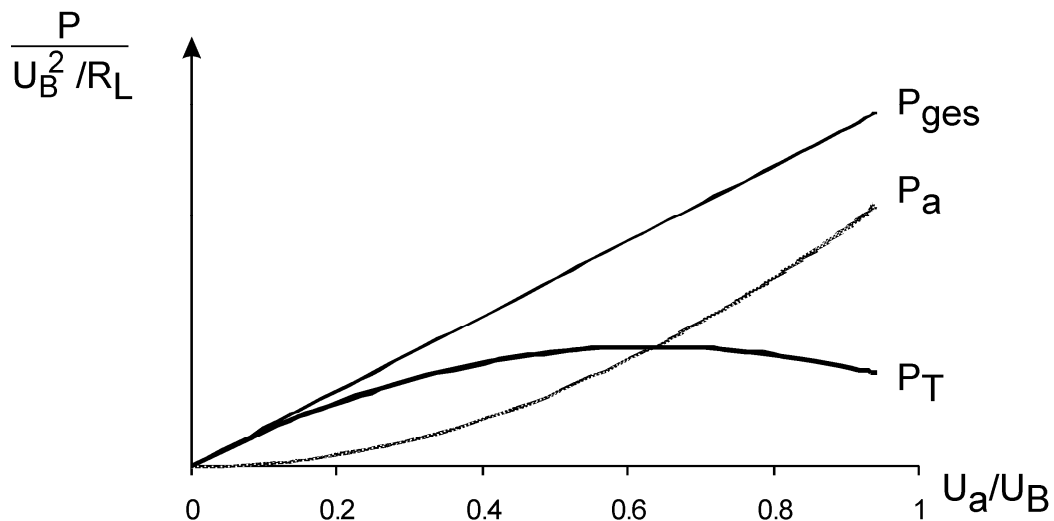
$$\Rightarrow \overline{P_{V_{T+}}} = \frac{1}{R_L} \left(\frac{U_B \cdot \hat{u}_a}{\pi} - \frac{\hat{u}_a^2}{4} \right)$$

Mit $\hat{u}_a = \frac{2}{\pi} \cdot U_B$ ($= 0,637 \cdot U_B$; für maximale Transistor-Verlustleistung)

$$\overline{P_{V_{T+max}}} = \frac{1}{R_L} \left(\frac{2 \cdot U_B^2}{\pi^2} - \frac{4 \cdot U_B^2}{\pi^2 \cdot 4} \right)$$

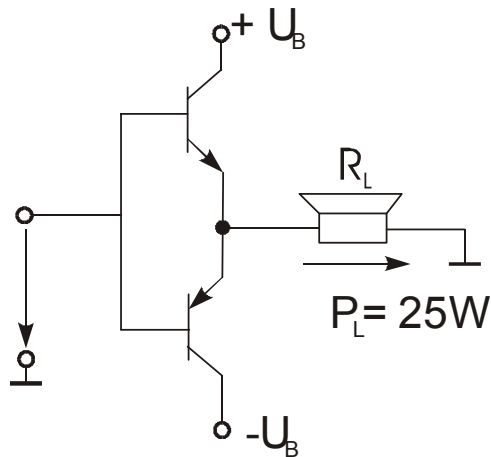
$$\overline{P_{V_{T+max}}} = \frac{1}{\pi^2} \frac{U_B^2}{R_L} \approx 0,1 \cdot \frac{U_B^2}{R_L}!$$

In der Praxis tritt bei Musik nicht ständig der ungünstigste Amplitudenfall auf.



3) Dimensionierung eines Kühlbleches

Gegentakt-Endstufe/Kühlblech



Beide Transistoren auf einem Kühlblech:

$$P_T \approx 0,1 \cdot \frac{U_B^2}{R_L} = \dots = 6W \text{ pro Transistor}$$

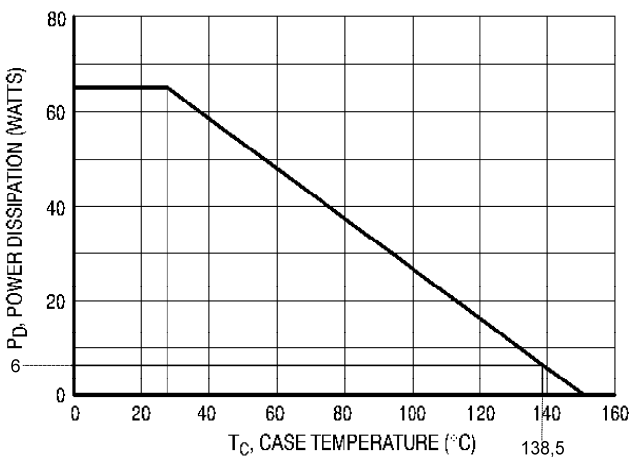
$$P_{T,ges} = 12W$$

→ Datenblatt $\vartheta_{G,max}(P_{Tot})$

entweder aus Diagramm:

oder aus dem thermischen Widerstand:

BD243B BD243C BD244B BD244C



für $P_{Tot} = 6W : \vartheta_{G,max} \approx 138,5^\circ C$

max. Sperrschichttemp.

$$T_{j,max} = 150^\circ C$$

$$R_{\theta CJ,max} = 1,92 K/W \text{ (siehe DB)}$$

$$\Rightarrow \vartheta_{G,max} = T_{j,max} - P_{Tot} \cdot R_{\theta CJ}$$

$$\vartheta_{G,max} = 150^\circ C - 6W \cdot 1,92 K/W$$

$$\vartheta_{G,max} = 138,48^\circ C$$

„Thermisches-Ohm'sches Gesetz“

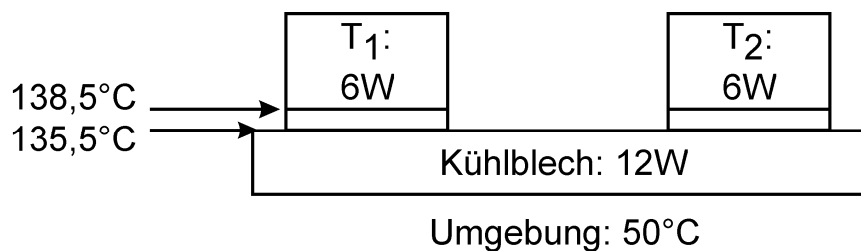
$$\left. \begin{array}{l} g \quad \text{---} \bullet \quad U \\ P_{th} \quad \text{---} \bullet \quad I \\ R_{th} \quad \text{---} \bullet \quad R \end{array} \right\} R_{th,G-U} = \frac{g_G - g_U}{P_{th}}$$

$R_{th,G \rightarrow KB} = 0,5 \text{K/W}$ (Glimmerplättchen und Wärmeleitpaste, siehe Vorlesung)

Es müssen 6W durch ein Glimmerplättchen abgeführt werden:

$$g_G - R_{th,G \rightarrow KB} \cdot P_{th} = g_{KB}$$

$$g_{KB} = 138,5^\circ\text{C} - 0,5 \frac{\text{K}}{\text{W}} \cdot 6\text{W} = 135,5^\circ\text{C}$$



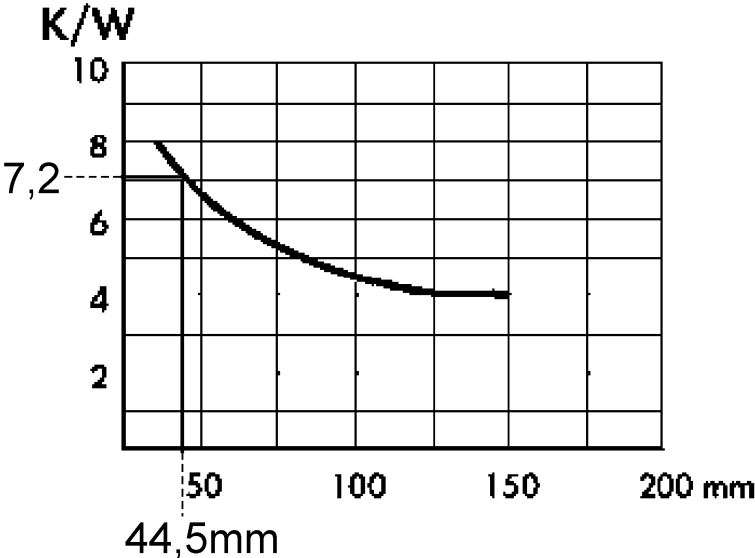
Umgebungstemperatur : $g_U = 50^\circ\text{C}$

2 Transistoren sind montiert => vom Kühlblech müssen 12W abgeführt werden

$$\rightarrow R_{th,KB \rightarrow U} = \frac{135,5^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}}{12\text{W}} = 7,125 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

gewählt: Kühlblech SK 31, 50mm (siehe Datenblatt)

$$\Leftrightarrow R_{th,KB \rightarrow U} \approx 7,2 \text{K/W}$$



Länge des Kühlblechs: 44,5mm (minimum)

Datenblätter

Complementary Silicon Plastic Power Transistors

... designed for use in general purpose amplifier and switching applications.

- Collector – Emitter Saturation Voltage —
 $V_{CE(sat)} = 1.5 \text{ Vdc (Max) @ } I_C = 6.0 \text{ Adc}$
- Collector Emitter Sustaining Voltage —
 $V_{CEO(sus)} = 80 \text{ Vdc (Min) — BD243B, BD244B}$
 $= 100 \text{ Vdc (Min) — BD243C, BD244C}$
- High Current Gain Bandwidth Product
 $f_T = 3.0 \text{ MHz (Min) @ } I_C = 500 \text{ mAdc}$
- Compact TO–220 AB Package

MAXIMUM RATINGS

Rating	Symbol	BD243B BD244B	BD243C BD244C	Unit
Collector–Emitter Voltage	V_{CEO}	80	100	Vdc
Collector–Base Voltage	V_{CB}	80	100	Vdc
Emitter–Base Voltage	V_{EB}	5.0		Vdc
Collector Current — Continuous Peak	I_C	6 10		Adc
Base Current	I_B	2.0		Adc
Total Device Dissipation @ $T_C = 25^\circ\text{C}$ Derate above 25°C	P_D	65 0.52		Watts W/°C
Operating and Storage Junction Temperature Range	T_J, T_{stg}	–65 to +150		°C

THERMAL CHARACTERISTICS

Characteristic	Symbol	Max	Unit
Thermal Resistance, Junction to Case	$R_{\theta JC}$	1.92	°C/W

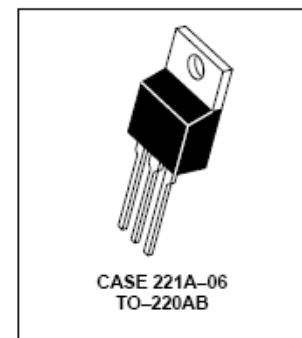
NPN
BD243B

BD243C*
PNP
BD244B

BD244C*

*ON Semiconductor Preferred Device

6 AMPERE
POWER TRANSISTORS
COMPLEMENTARY
SILICON
80–100 VOLTS
65 WATTS



BD243B BD243C BD244B BD244C

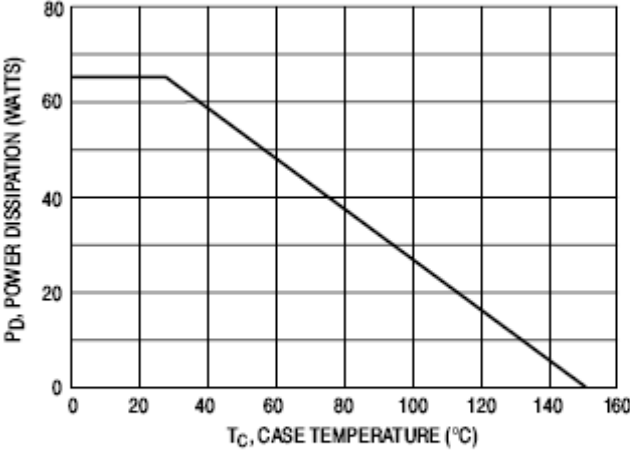
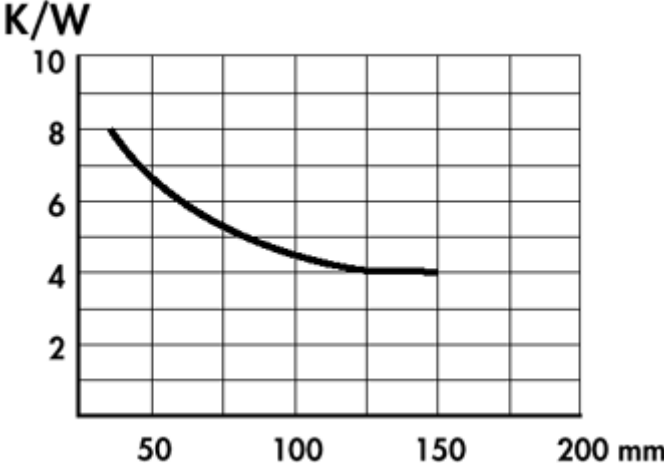
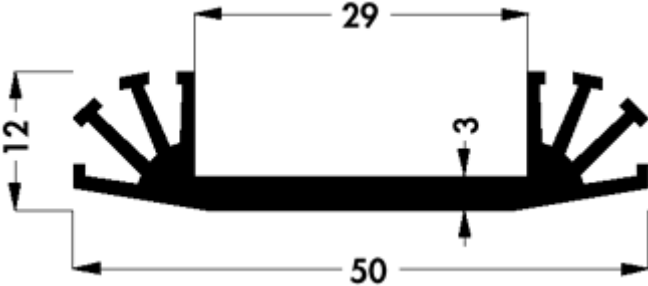


Figure 1. Power Derating

SK 31 Aluminium Kühlkörper, schwarz eloxiert, TO 220



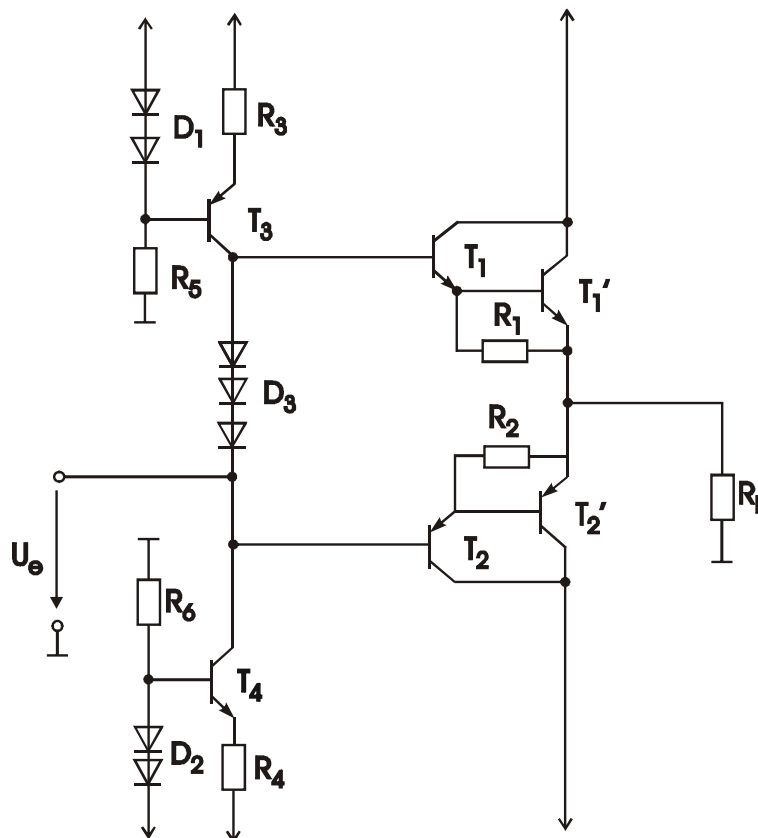
Beispiel 2

Transistor-Gegentaktendstufe im AB-Betrieb

Ein Verstärker soll an einen Verbraucher mit $R_L=5\Omega$ eine Sinusleistung von 50W abgeben.

Bestimmen sie unter der Voraussetzung, dass die Transistoren T_1' und T_2' eine Stromverstärkung von 30, T_1 und T_2 eine Stromverstärkung von 100 und T_3 und T_4 eine Stromverstärkung von 300 aufweisen, folgende Werte:

- Scheitelwerte der Ausgangsspannung und des Ausgangsstromes
- Versorgungsspannung unter der Voraussetzung einer stabilen Versorgung
- Maximale Kollektorströme für die Transistoren T_1, T_1', T_2, T_2'
- Widerstandswerte für R_1 bis R_6



a)

$$P = \left(\frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \right)^2 * R \Rightarrow \begin{array}{l} \hat{I} = 4,48 A \\ \hat{U} = 22,4 V \end{array}$$

b)

Der minimale Spannungsabfall an T_1 , T_1' , T_3 und R_3 wird zur Bestimmung der Versorgungsspannung herangezogen. U_{CE} von T_3 soll 0,9V nicht unterschreiten.

An R_3 fällt eine Diodendurchlassspannung ab. $U_{R3} = 0,7V$

$$U_b^+ = U_a + U_{BE,T1} + U_{BE,T1'} + U_{CE,T3} + U_{R3}$$

$$U_b^+ = (22,4 + 0,7 + 0,7 + 0,9 + 0,7)V = 25,4V$$

Aufgrund der Symmetrie der Schaltung ist $U_b^+ = -U_b^-$

c)

$$I_{C,T1',max} = \hat{I}_a$$

Die maximale Kollektor-Emitter-Spannung tritt bei Vollaussteuerung auf:

$$U_{CE} = U_b + U_a = 25,4V + 22,4 V = 47,8V$$

Mit $I_B = \frac{I_C}{B}$ ergibt sich der maximale I_C von T_1 und T_2 zu:

$$I_{C,T1} = I_{B,T1'} = 149 \text{ mA}$$

d)

An R1 und R2 fallen je 350mV ab. Um Übernahmeverzerrungen zu vermeiden wird ein Ruhestrom von 30mA eingestellt.

$$R_1 = R_2 = \frac{U_{R1}}{I_0} = \frac{0,35V}{30mA} = 12\Omega$$

für T₁ gilt:

$$I_{B_{\max}} = \frac{1}{100} \left(\frac{4,48A}{30} + \frac{0,7V}{12\Omega} \right) \approx 2mA$$

der Strom durch die Konstantstromquellen T3 und T4 soll groß sein gegenüber I_{B_{max},T1}

⇒ gewählt: I_{C,T3} = 10mA

$$R_3 = R_4 = \frac{U_{R3}}{I_{C,T3}} = \frac{0,7V}{10mA} = 70\Omega$$

$$I_{B,T3} = \frac{I_{C,T3}}{300} = \frac{10mA}{300} = 0,03mA$$

⇒ gewählt I_q = 0.3mA

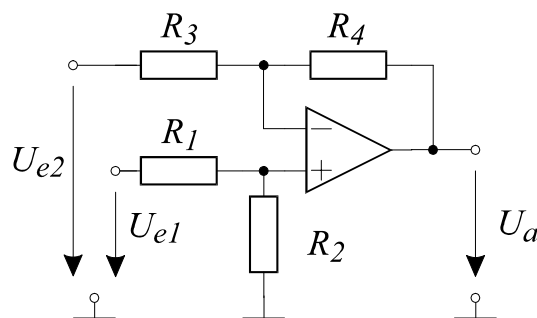
$$R_5 = R_6 = \frac{U_b - 2 * U_f}{I_q} = \frac{25,4V - 1,4V}{0,3mA} = 80k\Omega$$

Beispiel 3

Subtrahierverstärker

Eigenschaften der Subtrahierverstärkerschaltung zur Messung von Differenzsignalen mit Gleichtaktstörungen

Keywords: Differenzverstärkung, Gleichtaktverstärkung, Gleichtaktunterdrückung



OPV ideal

- Berechnen Sie die Ausgangsspannung in Abhängigkeit von den Eingangsspannungen mittels Superposition.
- Wie groß sind Differenzverstärkung und Gleichtaktverstärkung?
- Wie groß ist die Gleichtaktunterdrückung (Verhältnis von Differenzverstärkung zu Gleichtaktverstärkung)?
- $R_1=R_3=R_2=R_4=10\text{k}\Omega$ (Nennwert):
Wie groß ist die minimale Gleichtaktunterdrückung, wenn die Widerstände eine Toleranz von 0,5% aufweisen?
- $R_1=R_3=10\text{k}\Omega$ $R_2=R_4=100\text{k}\Omega$ Nennwert Toleranz 0,5%:
Wie wirkt sich die Erhöhung der Verstärkung auf die Gleichtaktunterdrückung aus?
- $R_1=R_3=R_2=R_4=10\text{k}\Omega$, Toleranz vernachlässigbar
Wie groß ist die Gleichtaktunterdrückung, wenn der Subtrahierer von unsymmetrischen Spannungsquellen mit einem Innenwiderstand von 100Ω bei Eingang 1 und 0Ω bei Eingang 2 gespeist wird?
- $R_1=R_3=R_2=R_4=10\text{k}\Omega$, Aussteuerbereich der OPV-Eingänge $U_p=U_n = -10\text{V} \dots 10\text{V}$:
Wie groß ist der Gleichtakt-Aussteuerbereich der Subtrahierverstärker-Eingänge?

a)

Eingang 1:

$U_{e1} \neq 0, U_{e2} = 0$: Spannungsteiler und Elektrometerverstärker

$$U_{a1} = U_{e1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_4 + R_3}{R_3}$$

Eingang 2:

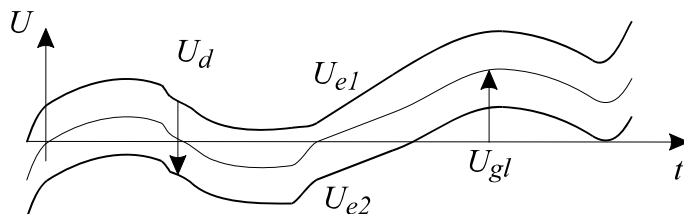
$U_{e1} = 0, U_{e2} \neq 0$: Invertierender Verstärker

$$U_{a2} = -U_{e2} \frac{R_4}{R_3}$$

gesamt:

$$U_a = U_{e1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_4 + R_3}{R_3} - U_{e2} \frac{R_4}{R_3} = U_{e1} \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1 + R_3/R_4}{1 + R_1/R_2} - U_{e2} \frac{R_4}{R_3}$$

b)



Differenzspannung:

$$U_d = U_{e1} - U_{e2}$$

Gleichtaktspannung:

$$U_{gl} = \frac{U_{e1} + U_{e2}}{2}$$

Das Ergebnis aus a) mit

$$U_a = v_d \cdot U_d + v_{gl} \cdot U_{gl} \quad U_{e1} = \frac{U_d}{2} + U_{gl} \quad U_{e2} = -\frac{U_d}{2} + U_{gl}$$

ergibt:

$$U_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{1 + R_3/R_4}{1 + R_1/R_2} \right) \cdot U_d + \frac{R_4}{R_3} \left(\frac{1 + R_3/R_4}{1 + R_1/R_2} - 1 \right) \cdot U_{gl}$$

$$v_d = \frac{1}{2} \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{1 + R_3/R_4}{1 + R_1/R_2} \right) \quad v_{gl} = \frac{R_4}{R_3} \left(\frac{1 + R_3/R_4}{1 + R_1/R_2} - 1 \right)$$

$$\text{Ziel: } v_{gl} = 0 \Rightarrow R_1/R_2 = R_3/R_4$$

Anm.: Zusätzlich muss aber die Gleichtaktverstärkung des OPV kompensiert werden.

c)

Die Gleichtaktunterdrückung drückt bei einer Differenzspannungsquelle und überlagerten Gleichtaktstörungen die Abschwächung des Störsignals gegenüber dem Nutzsignal aus.

$$\frac{v_d}{v_{gl}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{R_4}{R_3} \left(\frac{1 + R_3/R_4}{1 + R_1/R_2} + 1 \right)}{\frac{R_4}{R_3} \left(\frac{1 + R_3/R_4}{1 + R_1/R_2} - 1 \right)} = \frac{1}{2} \frac{R_3/R_4 + 2 + R_1/R_2}{R_3/R_4 - R_1/R_2}$$

d)

Die maximale Abweichung tritt auf, wenn die Widerstandsverhältnisse bei unterschiedlichen Grenzen liegen:

$$\left. \frac{R_1}{R_2} \right|_{\min} = \frac{9,95}{10,05} = 0,99 \quad \left. \frac{R_3}{R_4} \right|_{\max} = \frac{10,05}{9,95} = 1,01$$

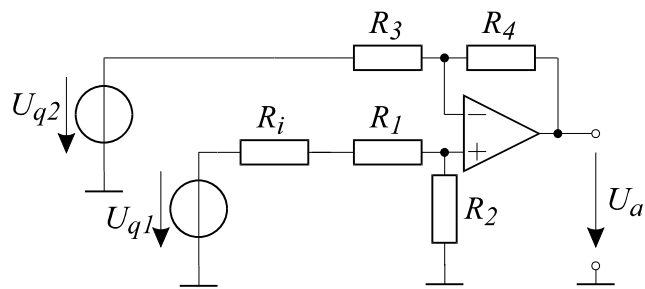
$$\frac{v_d}{v_{gl}} = \frac{1}{2} \frac{2 + 1,01 + 0,99}{1,01 - 0,99} = 100$$

e)

$$\left. \frac{R_1}{R_2} \right|_{\min} = \frac{9,95}{100,5} = 0,099 \quad \left. \frac{R_3}{R_4} \right|_{\max} = \frac{10,05}{99,5} = 0,101$$

$$\frac{v_d}{v_{gl}} = \frac{1}{2} \frac{2 + 0,101 + 0,099}{0,101 - 0,099} = 550$$

f)



Innenwiderstand wird zu R1 addiert

$$R_1' = R_1 + R_i$$

$$\frac{R_1'}{R_2} = \frac{10,1}{10,0} = 1,01$$

$$\frac{v_d}{v_{gl}} = \frac{1 \cdot 2 + 1 + 1,01}{2 \cdot 1 - 1,01} = -\frac{4,01}{0,02} = -200,5$$

g)

$$U_p = U_{e1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_{e1} = U_p \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 2 \cdot U_p = -20V \dots 20V$$

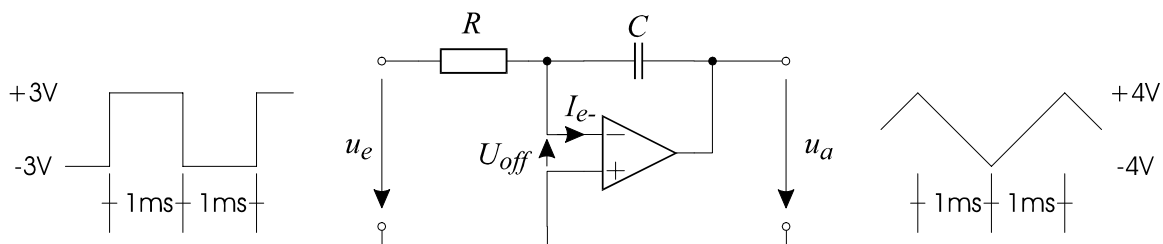
Gleichtaktaussteuerung: $U_{e1} = U_{e2}$

Beispiel 4

Integrator

Analyse der Integratorgrundschaltung mit den wichtigsten Quellen der Abweichung (siehe Buch Elektrische Messtechnik S.126f).

Keywords: Integratordrift, OPV-Offsetspannung, OPV-Eingangsrुhestrom



OPV ideal:

Ermitteln Sie eine Beziehung für R und C , sodaß die gewünschte Umsetzung von Rechteck auf Dreieck erzielt wird.

$R = 100\text{k}\Omega$; OPV ideal:

Wie groß ist C zu wählen?

$R = 100\text{k}\Omega$; $C = 3,75\text{nF}$; OPV ideal bis auf $|I_{e-}| = 5\text{nA}$:

Was geschieht mit dem Ausgang, wenn der Eingang offen gelassen wird ?

$R = 100\text{k}\Omega$; $C = 3,75\text{nF}$; OPV ideal bis auf $|I_{e-}| = 5\text{nA}$ und $|U_{\text{off}}| = 600\mu\text{V}$:

Was geschieht mit dem Ausgang, wenn der Eingang kurzgeschlossen wird?

$R = 10\text{k}\Omega$; $C = 37,5\text{nF}$; OPV ideal bis auf $|I_{e-}| = 5\text{nA}$ und $|U_{\text{off}}| = 600\mu\text{V}$:

Wie wirkt sich die Änderung von R und C aus ?

$R = 100\text{k}\Omega$; $C = 3,75\text{nF}$; OPV ideal bis auf $|I_{e-}| = 5\text{nA}$ und $|U_{\text{off}}| = 600\mu\text{V}$:

Mit einem Parallelwiderstand R_p (parallel zu C) soll die Schaltung stabilisiert werden. Bei $U_e = 0\text{V}$ ist eine maximale Ausgangsspannung von 20mV zulässig. Wie groß muss R_p gewählt werden?

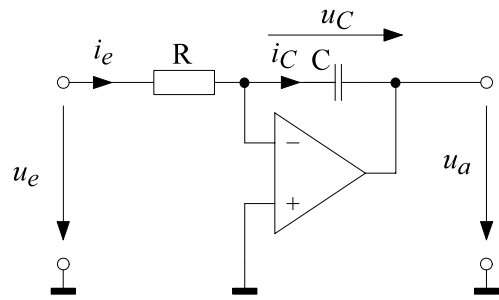
$R = 100\text{k}\Omega$; $C = 3,75\text{nF}$; $R_p = 1,6\text{M}\Omega$; OPV ideal:

Wie groß ist die durch R_p verursachte Abweichung von $|\hat{U}_a|$ gegenüber dem gewünschten Wert?

a)

Für den Integrator gilt allgemein:

$$\left. \begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int i_C dt \\ i_C &= i_e = \frac{u_e}{R} \end{aligned} \right\} u_a = -u_C = -\frac{1}{RC} \int u_e dt$$



bei konstanter Eingangsspannung:

$$|\Delta U_a| = \frac{|U_e|}{R \cdot C} \cdot \Delta t$$

$$2\hat{U}_a = \frac{\hat{U}_e}{R \cdot C} \cdot 1\text{ms} \quad \tau_{\text{int}} = R \cdot C = \frac{3}{8}\text{ms} = \underline{\underline{375\mu\text{s}}}$$

b)

$$\underline{C} = \frac{\tau}{R} = \underline{\underline{3,75\text{nF}}}$$

c)

$$I_{e-} = i_C = C \cdot \frac{du_a}{dt}$$

Die Ausgangsspannung steigt mit $\left(\frac{du_a}{dt}\right) = \frac{I_{e-}}{C} = \frac{5\text{nA}}{3,75\text{nF}} = \underline{\underline{1,3\frac{\text{V}}{\text{s}}}}$ an.

d)

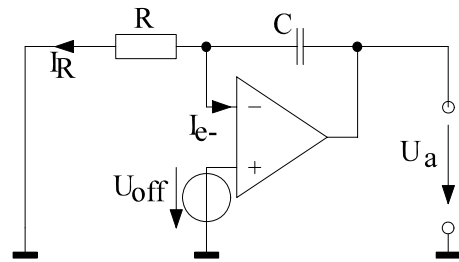
Worst case: Abweichungen addieren sich

$$I_R = \frac{U_{off}}{R}$$

$$I_C = I_R + I_{e-} = \frac{U_{off}}{R} + I_{e-} =$$

$$\frac{600\mu V}{100k\Omega} + 5\text{ nA} = 11\text{ nA}$$

$$\left(\frac{du_a}{dt}\right) = \frac{I_C}{C} = \frac{11\text{ nA}}{3,75\text{ nF}} = 2,93 \frac{\text{V}}{\text{s}}$$



e)

$$I_C = \frac{600\mu V}{10k\Omega} + 5\text{ nA} = 65\text{ nA}$$

$$\left(\frac{du_a}{dt}\right) = \frac{I_C}{C} = \frac{65\text{ nA}}{37,5\text{ nF}} = 1,73 \frac{\text{V}}{\text{s}}$$

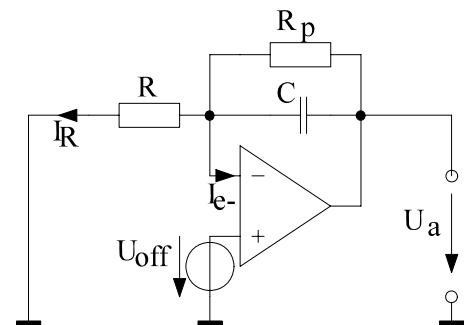
f)

stationärer Zustand:

$$I_{Rp} = I_R + I_{e-} = 11\text{ nA}$$

$$U_{Rp} = U_a - U_{off} = 20\text{ mV} - 600\mu V = 19,4\text{ mV}$$

$$R_{p,max} = \frac{U_{Rp}}{I_{Rp}} = \frac{19,4}{11} \text{ M}\Omega = 1,76 \text{ M}\Omega$$



g)

$$\underline{U}_a = -\underline{U}_e \cdot \frac{R_p \parallel \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}}{R} = -\underline{U}_e \cdot \frac{R_p}{(1 + j \cdot \omega \cdot R_p \cdot C)} \cdot \frac{1}{R}$$

Parallelwiderstand ergibt Tiefpass mit der Sprungantwort:

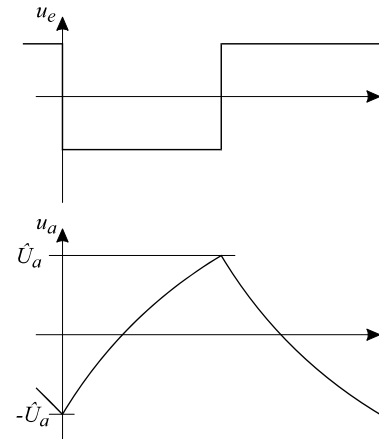
$$u_a(t) = U_{a0} + (U_{a\infty} - U_{a0}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = R_p \cdot C = 6\text{ms}$$

$$U_{a0} = -\hat{U}_a$$

$$\hat{U}_a = U_a(1\text{ms}) = -\hat{U}_a + (U_{a\infty} + \hat{U}_a) \cdot \left(1 - e^{-\frac{1\text{ms}}{\tau}}\right)$$

$$\hat{U}_a = U_{a\infty} \cdot \frac{1 - e^{-1\text{ms}/\tau}}{1 + e^{-1\text{ms}/\tau}}$$

fiktiver (!) Endwert des Ladevorganges: $U_{a\infty} = U_e \cdot v_0 = 3\text{V} \cdot \frac{R_p}{R} = 48\text{V}$

$$\hat{U}_a = 48 \cdot \frac{1 - e^{-1/6}}{1 + e^{-1/6}} = 3,991\text{V} \text{ anstelle von } 4\text{V}$$

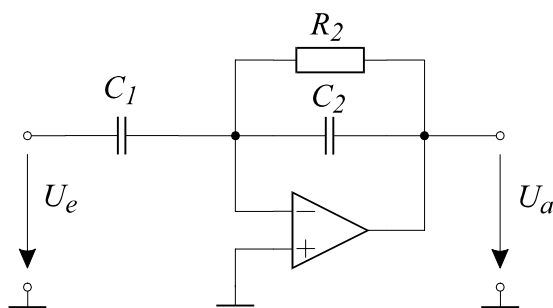
$$\underline{F(U_a)} = -0,231\%$$

Beispiel 5

Hochpassfilter

Das Beispiel behandelt einen einfachen Entwurf eines aktiven Hochpassfilters zur Unterdrückung des 50 Hz - Netzbrumms und die Untersuchung der Abweichung einer Knickzugnäherung für den Frequenzgang.

Keywords: Aktives Filter, Bode-Diagramm, Amplitudenabweichung, Phasenabweichung



$C_1 = 8 \text{ nF}$; OPV ideal; Nutzfrequenzbereich = $\{ 10 \text{ kHz} \dots 50 \text{ kHz} \}$;

- Geben Sie die Verstärkung der Schaltung in allgemeiner Form in Abhängigkeit von der Frequenz an.
- Skizzieren Sie das Bode-Diagramm als Knickzugnäherung
- Ermitteln Sie C_2 so, dass im Nutzbereich ($f \gg f_g$) die Verstärkung $v = 4$ beträgt.
- Wie muss R_2 gewählt werden, damit der Netzbrumm gegenüber dem Nutzbereich um mindestens 40 dB abgeschwächt wird?
- Geben Sie den Minimalwert der Verstärkung und die relative Abweichung vom Sollwert ($v=4$) für den Nutzbereich an. Wie groß ist die Schwankung der Verstärkung im Nutzbereich in dB?
- Wie groß ist die maximale Phasenabweichung im Nutzbereich? Bei welcher Frequenz erreicht die Phasenabweichung 1° ?
- Wie groß ist die minimale Eingangsimpedanz der Schaltung im Nutzbereich?

a)

$$\underline{\underline{v}} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{1}{\frac{1}{R_2} + j \cdot \omega \cdot C_2} \cdot \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} = -\frac{j \cdot \omega \cdot C_1}{\frac{1}{R_2} + j \cdot \omega \cdot C_2} = -\frac{j \cdot 2\pi f \cdot R_2 \cdot C_1}{1 + j \cdot 2\pi f \cdot R_2 \cdot C_2} = -\frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{j \cdot \frac{f}{f_g}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_g}}$$

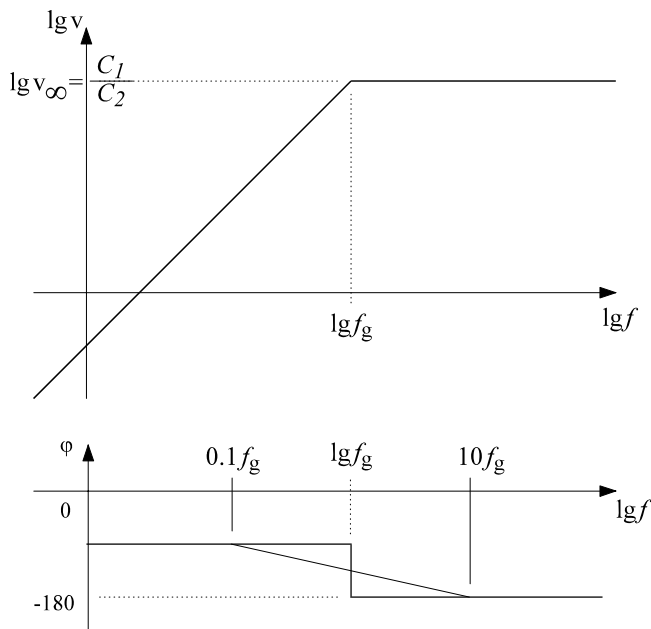
mit $f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_2}$

b)

$f \ll f_g: |v| \rightarrow 2\pi \cdot f \cdot R_2 C_1$, Steigung: 20 dB / Dekade; $\varphi_0 = 270^\circ = -90^\circ$

$f \gg f_g: |v| \rightarrow \frac{C_1}{C_2}$; $\varphi_\infty = -180^\circ$

(180° Phasendrehung durch OPV-Beschaltung mit zwei Kondensatoren)



c)

$$C_2 = \frac{C_1}{|v_\infty|} = 2\text{nF}$$

d)

$$v[\text{dB}] = 20 \lg \frac{U_2}{U_1} \quad 40 \text{ dB} \Rightarrow 100 \text{ fach}$$

$$\underline{v} = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{j \cdot \frac{f}{f_g}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_g}}$$

$$\left| \frac{j \cdot \frac{f_{50}}{f_g}}{1 + j \cdot \frac{f_{50}}{f_g}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{j \cdot \frac{f_{10k}}{f_g}}{1 + j \cdot \frac{f_{10k}}{f_g}} \right|$$

$$\frac{50}{\sqrt{1 + \frac{50^2}{f_g^2}}} \cdot 100 = \frac{10^4}{\sqrt{1 + \frac{10^8}{f_g^2}}}, \quad 1 + \frac{10^8}{f_g^2} = 4 + \frac{10^4}{f_g^2}, \quad \frac{9,999 \cdot 10^7}{f_g^2} = 3 \quad f_g = 5,77 \text{ kHz}$$

$$\underline{R_2} = \frac{1}{\omega_g \cdot C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 5770 \text{s}^{-1} \cdot 2\text{nF}} = \underline{13,8 \text{k}\Omega}$$

e)

$$v(10\text{kHz}) = \frac{C_1}{C_2} \cdot \left| \frac{j \cdot \frac{10\text{k}}{5,77\text{k}}}{1 + j \cdot \frac{10\text{k}}{5,77\text{k}}} \right| = \frac{C_1}{C_2} \cdot \left| \frac{1,734j}{1 + 1,734j} \right| = \frac{C_1}{C_2} \cdot 0,8663 = \underline{v_{\min} = 3,465}$$

$$v(50\text{kHz}) = \frac{C_1}{C_2} \cdot \left| \frac{j \cdot \frac{50\text{k}}{5,77\text{k}}}{1 + j \cdot \frac{50\text{k}}{5,77\text{k}}} \right| = \frac{C_1}{C_2} \cdot \left| \frac{8,671j}{1 + 8,671j} \right| =$$

$$= \frac{C_1}{C_2} \cdot 0,9934 = \underline{v_{\max} = 3,974}$$

$$\Delta v[\text{dB}] = 20 \lg \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = 1,189 \text{dB}$$

f)

maximale Phasenabweichung bei minimaler Frequenz

$$\varphi(\underline{v}(10\text{kHz})) = \arg \left(-\frac{j \cdot \frac{10\text{k}}{5,77\text{k}}}{1 + j \cdot \frac{10\text{k}}{5,77\text{k}}} \right) = \arg \left(-\frac{1,734 j}{1 + 1,734 j} \right) = -90^\circ - \arctan(1,734) = -150^\circ$$

$$\Delta\varphi = -150 + 180 = 30^\circ$$

$$\arg \left(\frac{x + jy}{a + jb} \right) = \arg(x + jy) - \arg(a + jb)$$

1° Phasenabweichung bei -179°

$$\begin{aligned} \varphi \left(\underline{v} \left(\frac{f}{f_g} \right) \right) &= \arg \left(-\frac{j \cdot \frac{f}{f_g}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_g}} \right) = \arg \left(-\frac{\frac{f}{f_g} j}{1 + \frac{f}{f_g} j} \right) = \\ &= -90^\circ - \arctan \left(\frac{f}{f_g} \right) = -179^\circ \end{aligned}$$

$$\varphi \left(1 + j \cdot \frac{f}{f_g} \right) = 89^\circ$$

$$f = \tan(89^\circ) \cdot f_g = 57,29 \cdot f_g = 330,6 \text{kHz}$$

g)

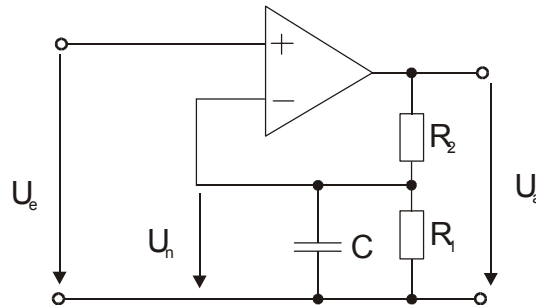
$$Z_e = \frac{1}{j\omega \cdot C_1} \Rightarrow \text{Minimum bei maximaler Frequenz}$$

$$|Z_{e,\min}| = \frac{1}{2\pi \cdot 50\text{kHz} \cdot 8 \text{nF}} = 398 \Omega$$

Beispiel 6

Komplexer Rückkopplungsfaktor

Berechnen Sie allgemein den Rückkopplungsfaktor β bzw. seinen Kehrwert der folgenden Schaltung:



Zeichnen Sie den Verlauf von $1/\beta$ in ein Bodediagramm ein und ermitteln Sie graphisch die Schleifenverstärkung als Funktion der Frequenz $R_1=1\text{k}\Omega$, $R_2=9\text{k}\Omega$, $C=1\mu\text{F}$

a) für einen (sonst idealen) OV mit $v_g=10^5$

b) für einen OV mit: $v_g = \frac{10^4}{1 + j\frac{\omega}{\omega_g}}$ mit $\omega_g = 100\text{s}^{-1}$

c) Ist die Schaltung stabil? Berechnen Sie die Phasenreserve.

d) In welchen Fällen (variieren Sie die Werte für die Kapazität) ist Stabilität gegeben?

Rückkopplungsfaktor β :

$$\beta = \frac{u_n}{u_a} = \frac{R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C} + R_2} = \quad \longrightarrow \quad \left(R_1 \parallel C = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C} \right)$$

$$\beta = \frac{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C}}{R_2 + \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C}} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2) + j\omega R_1 R_2 C}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_g}}$$

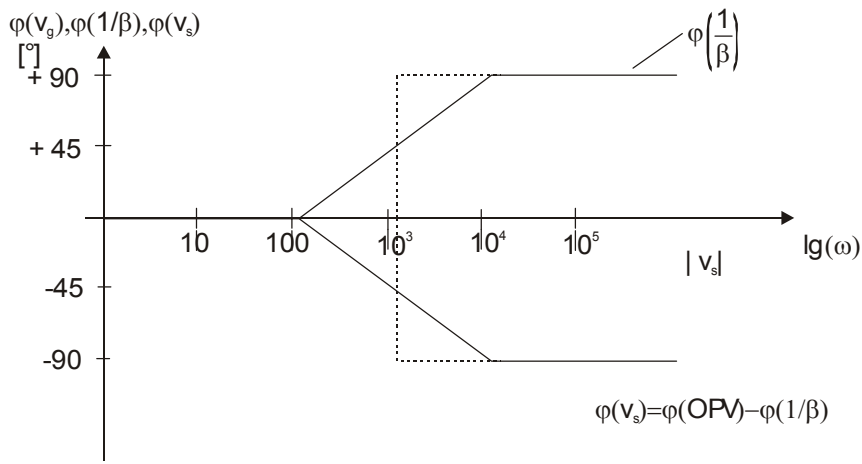
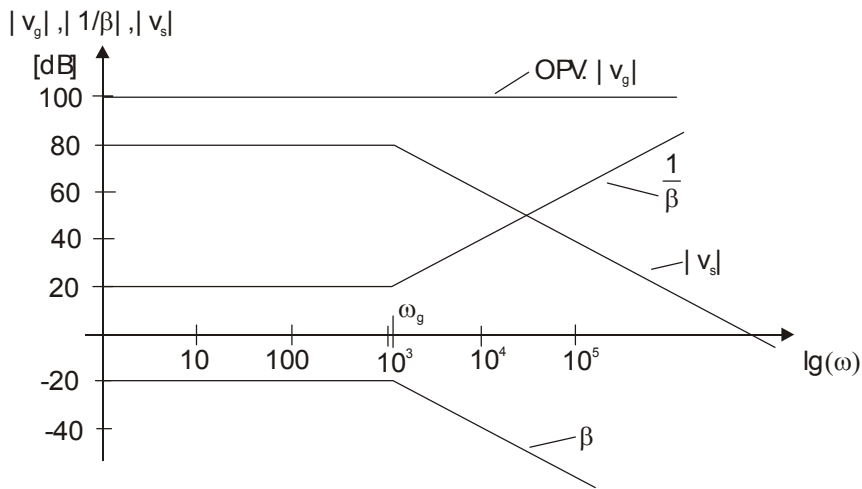
$$\omega_g = \frac{1}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C} = \frac{1}{R \cdot C} \quad \text{mit} \quad R = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

β_0 für DC ($\omega \leftrightarrow 2\pi f$)

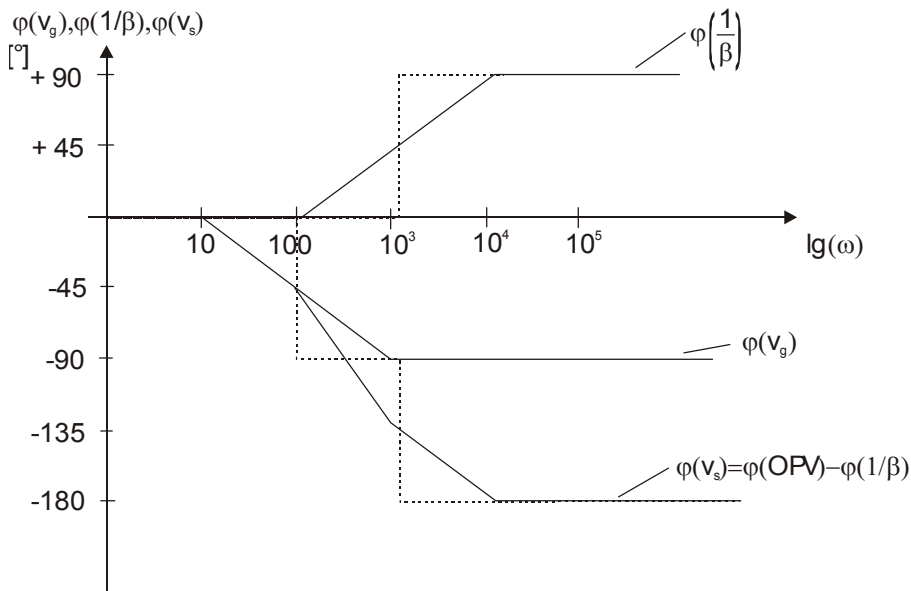
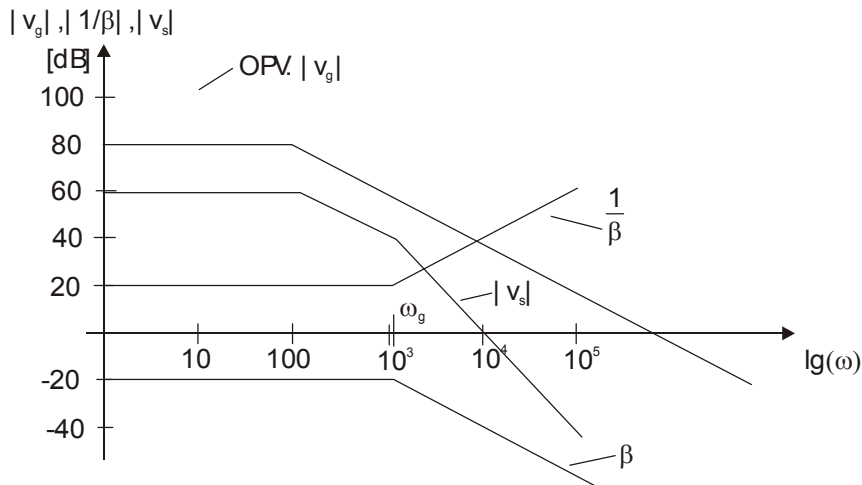
$$\underline{\underline{\beta_0}} = \frac{1}{9 + 1} = \underline{\underline{0,1}} \quad (= -20\text{dB})$$

$$\underline{\underline{\omega_g}} = \frac{1}{0,9 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{1,11 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}}}$$

a) sonst idealer OPV mit $v_g=10^5 (=100\text{dB})$



b) OPV mit 1 Knick bei $v_{g0}=10^4$, $\omega_{gOPV}=100 \text{ s}^{-1}$



c)

$$|v_s| = |v_{gOPV} \cdot \beta| =$$

$$= \left| v_{g0} \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_{gOPV}} \cdot \beta_0 \cdot \frac{1}{1 + j\omega/\omega_g} \right| = 1$$

$$|v_s| = 1 \text{ bei } 10530 \text{ s}^{-1}$$

$$\underline{\varphi(v_s)|_{10530 \text{ s}^{-1}} \approx -174^\circ}$$

⇒ phase margin $\approx 6^\circ$

Die Schaltung wird starke Schwingneigung zeigen; die Schwingungen werden (wenn auch nach langer Zeit) abklingen.

d)

Variation von C:

$$\omega_{g,\beta} = \frac{1}{\underbrace{(R_1 // R_2)}_{900\Omega} \cdot C} = 1111 \text{ s}^{-1}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $1k\Omega \quad 9k\Omega \quad 1\mu F$

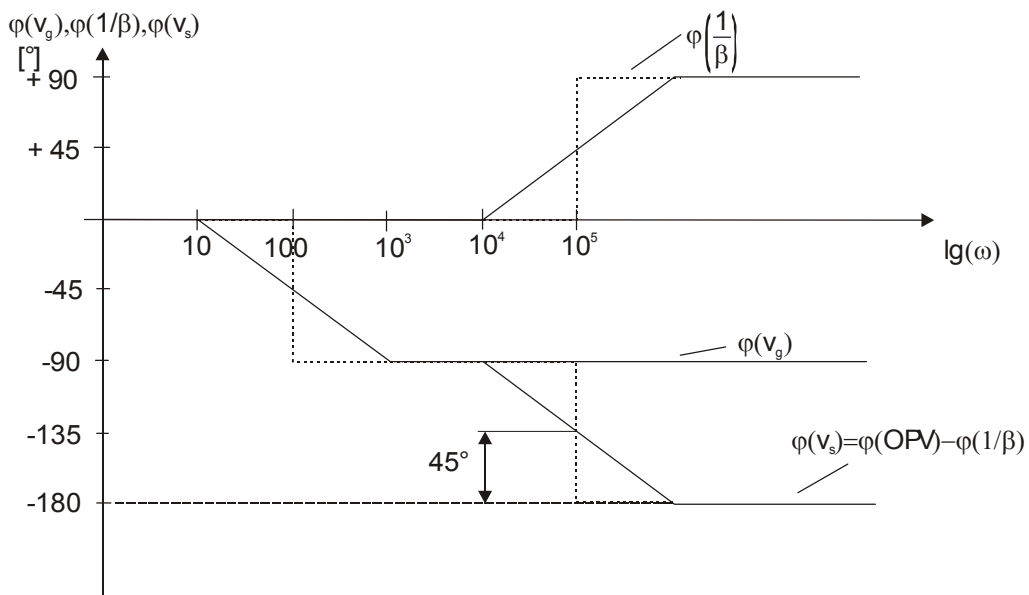
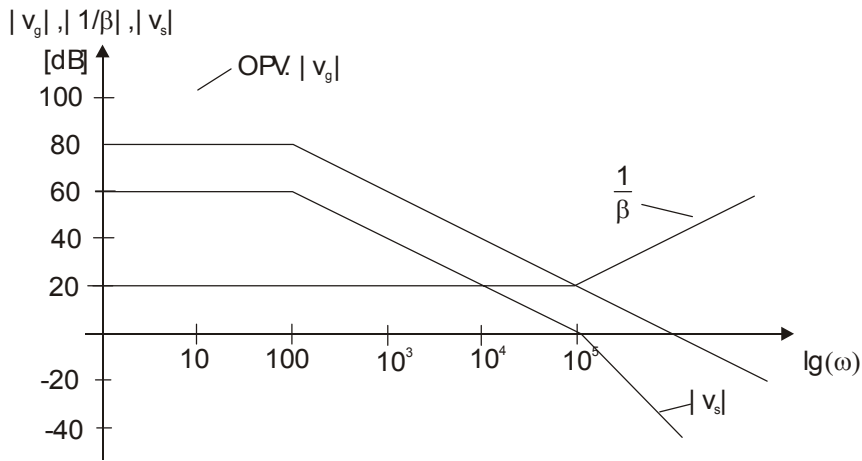
→ durch Variation von C kann die Knickfrequenz des Rückkoppelfaktors

β so verschoben werden, dass $|v_g|$ und $\left|\frac{1}{\beta}\right|$ einander unter einem Winkel

<40dB/Dek (= <90° bei gleichem Maßstab auf beiden Achsen im Diagramm) schneiden.

gewünschte Grenzfrequenz: $\omega_{g,\beta} = 10^5 \text{ s}^{-1}$

$$\omega_{g,\beta} = \frac{1}{900 * C} \quad \Rightarrow C = 11 \text{ nF}$$

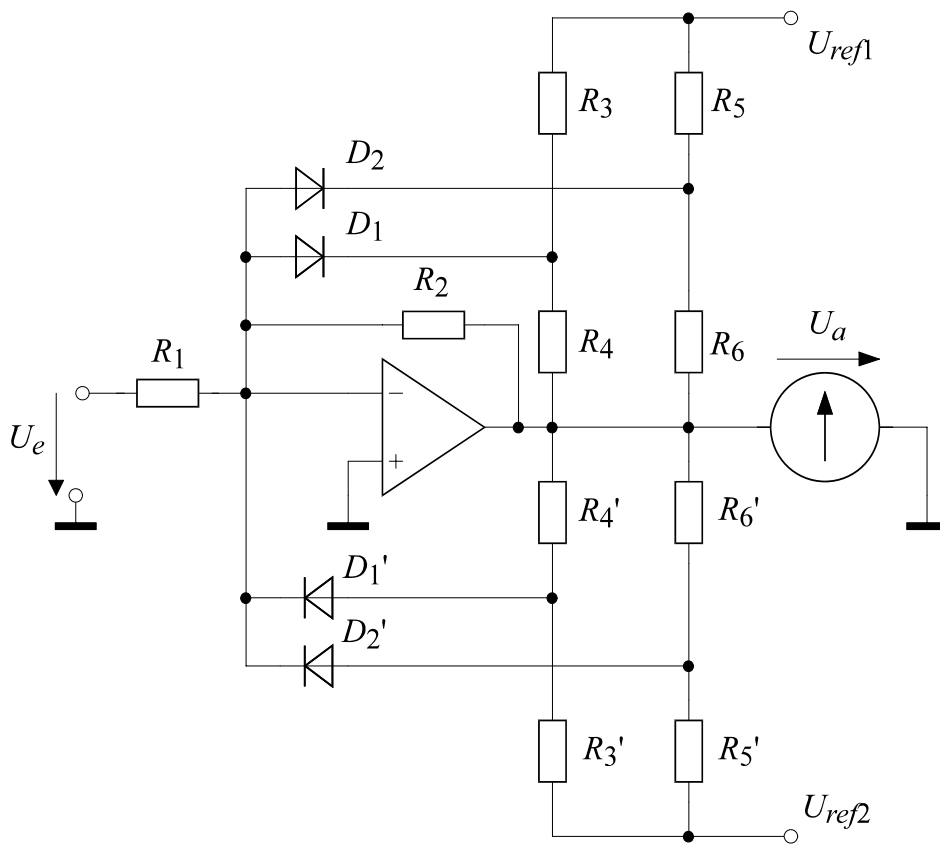


Beispiel 7

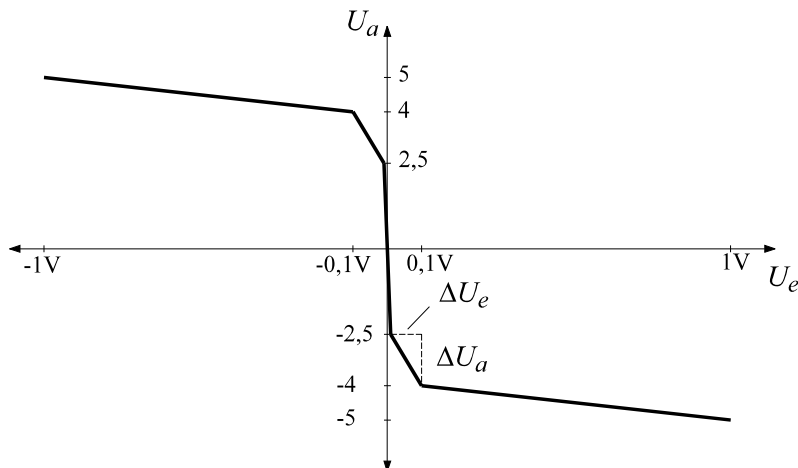
Nullindikator

Für ein lineares Drehspulinstrument mit Mittenstellung soll ein Verstärker mit nichtlinearer Kennlinie entworfen werden.

Keywords: Verstärker mit Knickkennlinie



geforderte Verstärkerkennlinie:



U_e	U_a
0 V	0 V
$\pm 10 \text{ mV}$	$\mp 2,5 \text{ V}$
$\pm 100 \text{ mV}$	$\mp 4 \text{ V}$
$\pm 1 \text{ V}$	$\mp 5 \text{ V}$

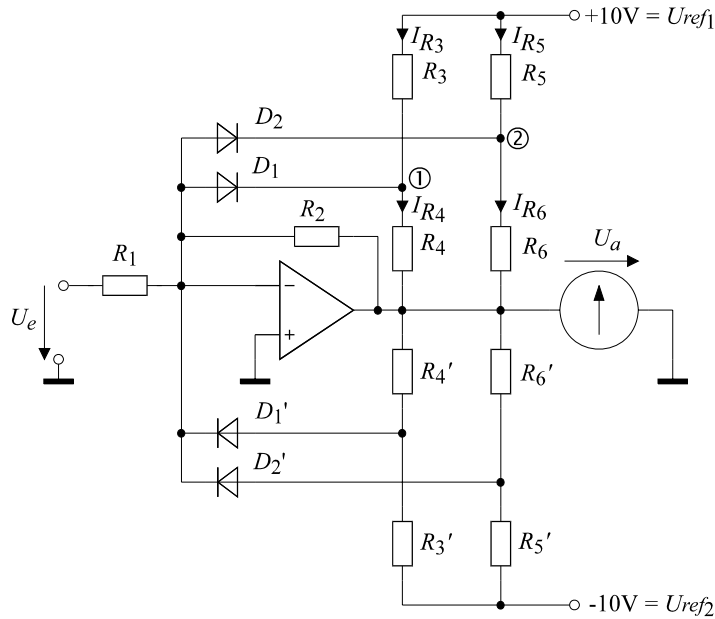
$$U_{ref1} = 10\text{V}, U_{ref2} = -10\text{V}$$

Eingangswiderstand des Nullindikators: $R_e = 1 \text{ k}\Omega$

Man dimensioniere die Widerstände für die geforderte Kennlinie. Die Spannung an den Dioden im leitenden Zustand soll idealisiert mit 0,5 V und der OPV ideal angenommen werden.

Eingangswiderstand:

$$R_1 = R_e = 1 \text{ k}\Omega$$



Bereich 1:

$$U_e \in \pm[0V \dots 10mV], U_a \in \mp[0V \dots 2,5V]$$

Verstärkung:

$$v_1 = \frac{\Delta U_{a1}}{\Delta U_{e1}} = -\frac{2,5V}{10mV} = -250$$

Invertierender Verstärker:

$$v_1 = -\frac{R_2}{R_1} = -250, \quad R_1 = R_e = 1k\Omega \quad \rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{R_2 = -v_1 \cdot R_1 = 250 k\Omega}}$$

Bereich 2:

$$U_e \in \pm[10mV \dots 100mV], U_a \in \mp[2,5V \dots 4V]$$

$$v_2 = -\frac{\Delta u_{a2}}{\Delta u_{e2}} = -\frac{1,5V}{90mV} = -16,67$$

$$v_2 = -\frac{R_2 \parallel R_4}{R_1} \rightarrow R_2 \parallel R_4 = 16,67 \text{ k}\Omega \rightarrow \underline{R_4 = 17,86 \text{ k}\Omega}$$

Bereich 3:

$$U_e \in \pm[100\text{mV}...1\text{V}], \quad U_a \in \mp[4\text{V}...5\text{V}]$$

$$v_3 = -\frac{\Delta u_{a3}}{\Delta u_{e3}} = -\frac{1}{0,9} = -1,11$$

$$v_3 = -\frac{R_2 \parallel R_4 \parallel R_6}{R_1} \rightarrow R_2 \parallel R_4 \parallel R_6 = 1,11 \text{ k}\Omega \rightarrow \underline{R_6 = 1,19 \text{ k}\Omega}$$

Berechnung von R_3 aus den Spannungen an R_3 und R_4 im Knickpunkt U_{aK1} :

$$I_{R3} = I_{R4}, \quad U_{\textcircled{1}} = -U_{D1} \approx -0,5\text{V}, \quad U_a = U_{aK1} = -2,5\text{V}$$

$$\frac{U_{R3}}{U_{R4}} = \frac{U_{ref1} + U_{D1}}{-U_{aK1} - U_{D1}} = \frac{10,5\text{V}}{2\text{V}} = \frac{R_3}{R_4} \rightarrow \underline{R_3 = \frac{U_{R3}}{U_{R4}} \cdot R_4 = 93,77 \text{ k}\Omega}$$

Berechnung von R_5 aus den Spannungen an R_5 und R_6 im Knickpunkt U_{aK2} :

$$I_{R5} = I_{R6}, \quad U_{\textcircled{2}} = -U_{D2} \approx -0,5\text{V}, \quad U_a = U_{aK2} = -4\text{V}$$

$$\frac{U_{R5}}{U_{R6}} = \frac{U_{ref1} + U_{D2}}{-U_{aK2} - U_{D2}} = \frac{10,5\text{V}}{3,5\text{V}} = \frac{R_5}{R_6} \rightarrow \underline{R_5 = \frac{U_{R5}}{U_{R6}} \cdot R_6 = 3,57 \text{ k}\Omega}$$

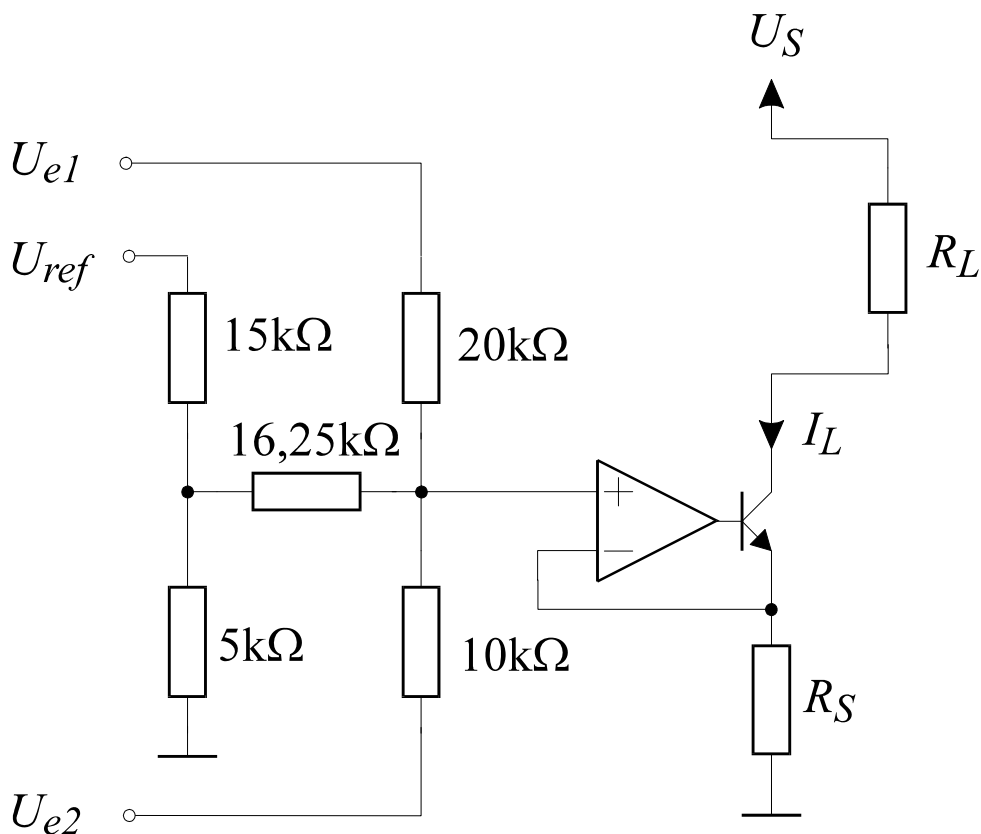
Wegen der Symmetrie der Schaltung gilt: $R_i' = R_i$

Beispiel 8

Spannungs/Strom-Interface

Eine Standardschaltung für eine spannungsgesteuerte Stromquelle wird in Hinsicht auf ihre Funktion und ihre Quellen der Abweichung analysiert.

Schlagworte: OPV-Offset, OPV-Eingangsstrom, Widerstandseigenerwärmung, OPV-Temperaturdrift



$U_{ref} = 10 \text{ V}$; $R_S = 156,25 \text{ } \Omega$; $U_S = 50 \text{ V}$;
 $U_{e1} = 0 \dots 10 \text{ V}$, $U_{e2} = 0 \text{ V}$, oder
 $U_{e1} = 0 \text{ V}$, $U_{e2} = 0 \dots 5 \text{ V}$,

- Welcher Ausgangsstrom I_L kann mit der Schaltung erzeugt werden?
(idealer OPV, Vernachlässigung des Transistorbasisstroms)
- Wie groß ist der maximale Lastwiderstand?

- c) Welche Abweichungen von der Sollcharakteristik entstehen durch die Eingangsoffsetspannung des Operationsverstärkers?
- d) Welche Abweichungen von der Sollcharakteristik entstehen durch den Eingangsruhestrom des Operationsverstärkers?
- e) Welche Abweichungen von der Sollcharakteristik entstehen durch den Basisstrom des Transistors? Wie kann die Abweichung durch ein Abgleichelement korrigiert werden? Was bewirkt die Verwendung eines FET?
- f) Welche maximalen Abweichungen von der Sollcharakteristik entstehen durch die Erwärmung des Widerstandes R_S , wenn sein Wärmewiderstand $R_{th} = 320\text{K/W}$ und der Temperaturkoeffizient $\text{TKR} = 50\text{ppm/K}$ beträgt? Auf welchen Wert wird die Abweichung reduziert, wenn man zwei doppelt (vier viermal) so große Widerstände parallel schaltet?
- g) Wenn der Transistor mit dem Operationsverstärker integriert ist, erwärmt sich der Konverter durch die Verlustleistung des Transistors. Welche maximalen Abweichungen von der Sollcharakteristik entstehen dabei aufgrund der Temperaturdrift der OPV-Eingangsgrößen bei einem Wärmewiderstand $R_{th} = 100\text{K/W}$, einer Drift der Eingangsoffsetspannung $\text{TK}U_{e0} = 20\mu\text{V/K}$ und einem Eingangsruhestrom $I_{e0}(25^\circ\text{C}) = 10\text{pA}$, Verdopplung je 10K?

a)

Das Eingangsnetzwerk ist linear. Die Spannung am nicht invertierenden OPV-Eingang ergibt sich als Summe der geteilten Eingangsspannungen (durch Superposition):

$$U_p = U_{ref} \frac{1}{1 + \frac{15k}{(10k \parallel 20k + 16,25k) \parallel 5k}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{16,25k}{10k \parallel 20k}} +$$

$$+ U_{e1} \frac{1}{1 + \frac{20k}{(15k \parallel 5k + 16,25k) \parallel 10k}} + U_{e2} \frac{1}{1 + \frac{10k}{(15k \parallel 5k + 16,25k) \parallel 20k}}$$

$$U_p = 0,0625 \cdot U_{ref} + 0,25 \cdot U_{e1} + 0,5 \cdot U_{e2}$$

Der OPV arbeitet als Regler und stellt die Spannung am Widerstand R_S auf den Wert der Spannung am nicht invertierenden OPV-Eingang ein. Bei Vernachlässigung des Basisstroms und idealem OPV ergibt sich für den Ausgangsstrom:

$$I_L = \frac{U_p}{R_S}$$

$$I_L = 0,4 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot U_{ref} + 1,6 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot U_{e1} + 3,2 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot U_{e2} =$$

$$= 4\text{mA} + 1,6 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot U_{e1} + 3,2 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot U_{e2}$$

$$I_L = 4..20\text{mA}$$

b)

Die maximale Spannung an der Last wird begrenzt durch die Sättigung des Transistors.

$$U_S - I_{Lmax} \cdot (R_L + R_S) > U_{CEsat}$$

$$U_S - U_{CEsat} > I_{Lmax} \cdot (R_L + R_S) \rightarrow R_L < \frac{U_S - U_{CEsat}}{I_{Lmax}} - R_S$$

mit einer typischen Sättigungsspannung von 0.2V:

$$R_L < 2,334\text{k}\Omega$$

c)

Eine Offsetspannung des OPV bewirkt eine Änderung der Spannung an R_S um denselben Betrag.

$$U_{R_S} = U_p - U_{off}$$

$$I_L = \frac{U_p - U_{off}}{R_S}$$

Offsetabweichung am Ausgangsstrom: $\Delta I_L = \frac{U_{off}}{R_S}$

d)

Ein konstanter Strom in den nicht invertierenden Eingang bewirkt eine Belastung des Widerstandsnetzwerkes am positiven OPV-Eingang. Alle Eingangsspannungen werden null gesetzt.

$$\Delta U_p = -R_i \cdot I_{e0} \quad R_i = 20k \parallel 20k \parallel 10k = 5k\Omega$$

$$\Delta I_L = \frac{\Delta U_p}{R_S} = -\frac{R_i}{R_S} \cdot I_{e0} = -32 \cdot I_{e0}$$

Die Spannung an R_S wird durch den OPV konstant gehalten. Ein konstanter Strom in den invertierenden Eingang führt daher zu einer Erhöhung des Ausgangsstromes.

$$\Delta I_L = I_{e0}$$

gesamt:

$$\Delta I_L = -31 \cdot I_{e0}$$

e)

$$I_E = \frac{U_p}{R_S} \quad I_L = I_C = \frac{U_p}{R_S} \cdot \left(\frac{B}{B+1} \right)$$

Verstärkungsabweichung und nichtlineare Abweichung, da $B = B(I_C)$

näherungsweise Verstärkungsabweichung: $I_L = I_C = \frac{U_{ref}}{R_S} \cdot \left(\frac{B}{B+1} \right)$

Verstärkungskorrektur z.B. durch Widerstand parallel zu R_S (für $B \sim 100$: $R \sim 100R_S$) keine Abweichung bei FET (Eingangstrom gleich Null, Drainstrom gleich Sourcestrom)

f)

Erwärmung des Widerstandes:

$$\Delta T = P \cdot R_{th} = R_S \cdot I^2 \cdot R_{th} = 156,25 \cdot 20^2 \cdot 10^{-6} \cdot 320K = 20K$$

$$\Delta R_S / R_S = TKR \cdot \Delta T = TKR \cdot R_S \cdot I_L^2 \cdot R_{th} = 0,1\%$$

$$\Delta I_L / I_L = -\Delta R_S / R_S = -0,1\%$$

Parallelschalten von n Widerständen, (Voraussetzung: freie Wärmeabgabe für jeden einzelnen Widerstand, nicht zu nahe)

$$\Delta R_S / R_S = TKR \cdot \Delta T = TKR \cdot nR_S \cdot \left(\frac{I}{n} \right)^2 \cdot R_{th} = TKR \cdot R_S \cdot \frac{1}{n} I^2 \cdot R_{th}$$

ein Widerstand: $\Delta I_L / I_L = -0,1\%$

2 Widerstände parallel: $\Delta I_L / I_L = -0,05\%$

4 Widerstände parallel: $\Delta I_L / I_L = -0,025\%$

g)

maximale Verlustleistung des Transistors bei maximaler Kollektor-Emitterspannung (minimaler Lastwiderstand=0)

$$P = (U_S - R_S \cdot I_L) \cdot I_L \text{ mit } I_L = 4..20\text{mA}$$

$$P_{\max} = 937,5\text{mW}$$

$$\Delta T = P \cdot R_{th} = 93,75\text{K} \text{ unter Vernachlässigung der OPV-Verluste}$$

$$\Delta U_{ed0} = \Delta T \cdot TKU_{ed0} = 93,75 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ V} = 1,875\text{mV}$$

$$I_{e0}(118,75^\circ\text{C}) = 0,01 \cdot 10^{-9} \cdot 2^{\frac{93,75}{10}} \text{ A} = 0,01 \cdot 10^{-9} \cdot 664 \text{ A} = 6,64\text{nA}$$

$$\Delta I_{e0} = 6,64\text{nA} \quad (\text{Anm.: offenbar FET-OPV})$$

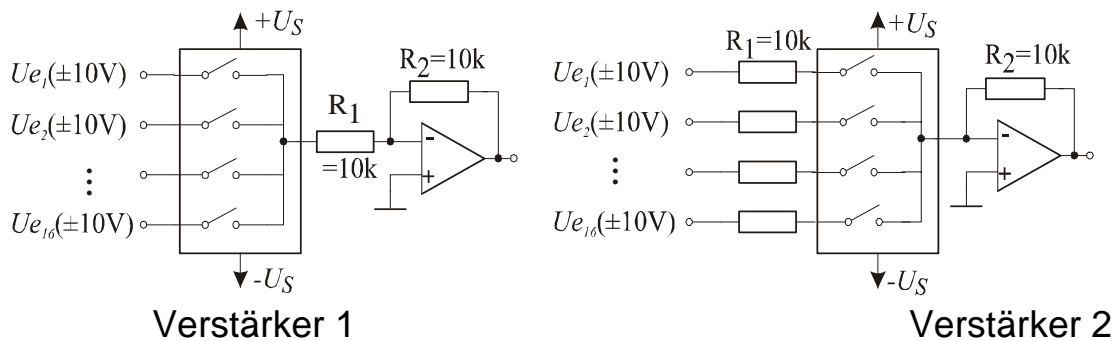
Da keine Information über das Vorzeichen des Eingangsruhestromes vorliegt, muss der schlechteste Fall betrachtet werden.

$$\begin{aligned} \Delta I_L &= \left| \frac{\Delta U_{ed0}}{R_S} \right| + |-32 \cdot \Delta I_{e0}| + |\Delta I_{e0}| = \left| \frac{\Delta U_{ed0}}{R_S} \right| + |33 \cdot \Delta I_{e0}| = \\ &= 12 \mu\text{A} + 0,219 \mu\text{A} = 12,22 \mu\text{A} \end{aligned}$$

Beispiel 9

CMOS-Analog-Multiplexer

Das Beispiel behandelt Eigenschaften von CMOS-Analog-Schaltern (z. B.: DG506A) und ihren Einfluß auf einen invertierenden Verstärker

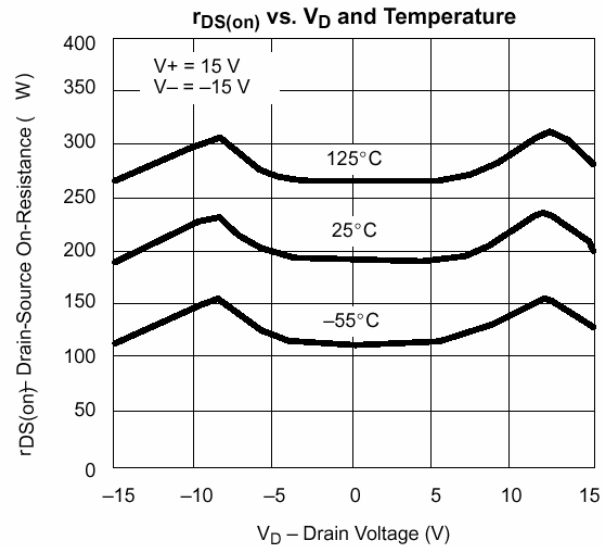


- Welche maximalen Abweichungen vom Betrag der Sollverstärkung 1 entstehen durch den Widerstand R_S der Analogschalter für die beiden Schaltungen bei einer Versorgungsspannung $U_S = \pm 15V$ ($T=25^\circ C$)?
- Auf welchen Wert können die Abweichungen durch eine Verstärkungskorrektur reduziert werden?
- Welche zusätzlichen Abweichungen entstehen schätzungsweise bei einer Temperaturerhöhung auf $75^\circ C$?
- Durch welche Maßnahmen lässt sich der Einfluss des Leitwiderstandes der Analogschalter weitgehend eliminieren?
- Welche qualitative Abweichung der Ausgangsspannung entsteht durch einen konstanten Leckstrom der Schalter?

a)

Der Widerstand des Schalters ändert sich mit der Gate-Source-Spannung und der Versorgungsspannung.

Für beide Verstärker gilt:



$$|V| = \frac{R_2}{R_1 + R_S}$$

Verstärker 1:

$$R_{S\max} = 230\Omega \quad (\text{Schalter-}V_D \text{ zwischen } -10V \text{ und } +10V)$$

$$|V|_{\min} = \frac{R_2}{R_1 + R_{S\max}} = \frac{10\text{k}\Omega}{10,23\text{k}\Omega} = 0,9775$$

$$F = -2,22\%$$

Verstärker 2:

$$R_{S\max} = 190\Omega \quad (\text{Schalter-}V_D \text{ immer auf ca. } 0V)$$

$$|V|_{\min} = \frac{R_2}{R_1 + R_{S\max}} = \frac{10\text{k}\Omega}{10,19\text{k}\Omega} = 0,981$$

$$F = -1,86\%$$

b)

Da beim ersten Verstärker die Kanalspannung des Schalters $\pm 10V$ überstreicht, ergibt sich eine Variation des Schalterwiderstandes von:

$$R_s = 190 \dots 230 \Omega$$

$$\Delta R_s = 40 \Omega$$

$$\frac{d|v|}{dR_s} = -\frac{R_2}{(R_1 + R_s)^2} \quad \frac{d|v|}{|v|} = -\frac{dR_s}{R_1 + R_s} \approx -\frac{dR_s}{R_1}$$

$$F = -0,4 \%$$

Beim zweiten Verstärker ist die Variation des Widerstandes sehr viel kleiner (auch abhängig von der OPV-Leerlaufverstärkung). Durch eine Verstärkungskorrektur kann die Abweichung für den gesamten Eingangsspannungsbereich größtenteils eliminiert werden.

c)

$$\Delta R_s \approx \frac{75 \Omega}{2} = 37,5 \Omega$$

$$F = -0,375 \%$$

d)

- Einfügen eines Analogschalters in den Rückkopplungszweig zur Kompensation
- Einfügen eines Spannungspuffers zwischen Multiplexer und Inverter

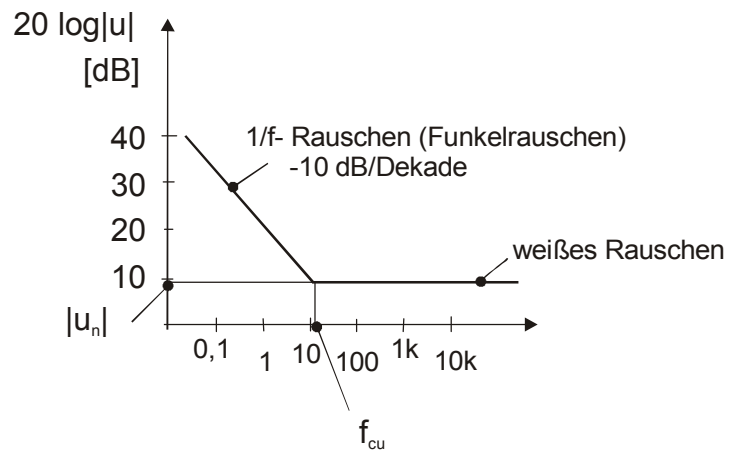
e)

Offsetfehler

Beispiel 10

1/f Rauschen bei Operationsverstärkern

Benützen Sie die folgende Abbildung zur Herleitung der Eingangsräuschspannung U_N und des Eingangsräuschstromes I_N .



1. $f \ll f_{cu}$:

Abfall mit $-10\text{dB/Dekade} = \tan \alpha$

$$\log|u| = \log K - \frac{1}{2} \log f \rightarrow |u| = K \cdot \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Beweis:

$$f_2 = 10 \cdot f_1 \quad \text{bzw.} \quad \log(f_2) = \log 10 + \log(f_1)$$

$$\rightarrow \log(f_2) - \log(f_1) = 1$$

$$u_1 = K \cdot \frac{1}{\sqrt{f_1}} \rightarrow 20 \log(u_1) = 20 \log(K) - 20 \cdot \frac{1}{2} \log(f_1) \\ = 20 \log(K) - 10 \log(f_1)$$

$$u_2 = K \cdot \frac{1}{\sqrt{f_2}} = K \cdot \frac{1}{\sqrt{10 \cdot f_1}}$$

$$\rightarrow 20 \log(u_2) = 20 \log(K) - 10 \log(10 f_1) = \\ = 20 \log(K) - 10 \log(10) - 10 \log(f_1)$$

$$\tan \alpha = \frac{u_2 \text{ (dB)} - u_1 \text{ (dB)}}{\log(f_2) - \log(f_1)} = \\ = \frac{20 \log(K) - 10 \log(f_1) - 10 - 20 \log(K) + 10 \log(f_1)}{\log(f_2) - \log(f_1)} \\ = \underline{\underline{-10 \text{ dB / Dekade}}}$$

Definition der Konstanten:

$$f = f_{cu} \rightarrow u = u_n$$

$$u_n = K \cdot \frac{1}{\sqrt{f_{cu}}} \rightarrow K = u_n \cdot \sqrt{f_{cu}}$$

$$\Rightarrow |u| = u_n \cdot \sqrt{\frac{f_{cu}}{f}}$$

2. $f \gg f_{cu}$:

$$|u| = u_n \quad \text{konstant, f-unabhängig} \rightarrow \underline{\underline{\text{„weißes“ Rauschen}}}$$

1. und 2.: zusammengesetzte Teilfunktionen (\sim PI-Glied)

$$\underline{u} = u_n \left(1 + \sqrt{\frac{f_{cu}}{f}} \right) \quad \text{Rauschspannungsdichte } nV / \sqrt{Hz}$$

Die Rauschleistungsdichte ist das Betragsquadrat:

$$|u|^2 = u_n^2 \left(1 + \frac{f_{cu}}{f} \right) \quad \left(\text{die Rauschanteile sind unabhängig} \Rightarrow \text{der gemischt-quadratische Term entfällt} \right)$$

Die Rauschleistung erhält man durch Integration:

$$\begin{aligned} U_n^2 &= \int_{f_L}^{f_H} |u|^2 df = u_n^2 \int_{f_L}^{f_H} \left(1 + \frac{f_{cu}}{f} \right) df = \\ &= u_n^2 \left(f + f_{cu} \ln(f) \right) \Big|_{f_L}^{f_H} = u_n^2 \left(B + f_{cu} \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) \right) \end{aligned}$$

Die Rauschspannung (RMS) ist dann:

$$U_n = u_n \sqrt{f_{cu} \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) + B}$$

Analog für den Rauschstrom (RMS):

$$I_n = i_n \sqrt{f_{ci} \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) + B}$$

mit $B = f_H - f_L$ Bandbreite
 f_{cu}, f_{ci} Eckfrequenzen des $1/f$ – Rauschens
 u_n, i_n spektrale Rauschspannungs-/stromdichte des weißen Rauschanteiles $[nV / \sqrt{Hz}, pA / \sqrt{Hz}]$

Beispiel 11

Rauschen bei OV's – praktische Größen

Berechnen Sie mit Hilfe der Tabelle E_N und I_N für eine Bandbreite von 20Hz – 20 kHz wenn die angegebenen OV's verwendet werden.

	LM 741	NE 5534
$u_n (nV/\sqrt{Hz})$	40	4
$i_n (pA/\sqrt{Hz})$	0,25	0,6
$f_{cu} (Hz)$	200	90
$f_{ci} (Hz)$	1500	200

$$B=f_H-f_L$$

Bandbreite = 19.980 Hz

$$f_{cu}, f_{ci}$$

Eckfrequenzen des 1/f – Rauschens

$$u_n, i_n$$

spektrale äquivalente Eingangs-Rauschspannungs-/
-stromdichte des weißen Rauschanteiles

$$[nV/\sqrt{Hz}, pA/\sqrt{Hz}]$$

Die Dichte des Rauschspannungsquadrat ist das Betragsquadrat:

$$|u|^2 = u_n^2 \left(1 + \frac{f_{cu}}{f} \right)$$

Die Rauschspannungsquadrat erhält man durch Integration:

$$U_n^2 = \int_{f_L}^{f_H} |u|^2 df = u_n^2 \int_{f_L}^{f_H} \left(1 + \frac{f_{cu}}{f} \right) df = u_n^2 \left(f + f_{cu} \ln(f) \right) \Big|_{f_L}^{f_H} = u_n^2 \left(B + f_{cu} \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) \right)$$

Die Rauschspannung (RMS) ist dann:

$$U_n = u_n \cdot \sqrt{f_{cu} \cdot \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) + B}$$

Analog für den Rauschstrom (RMS):

$$I_n = i_n \cdot \sqrt{f_{ci} \cdot \ln \left(\frac{f_H}{f_L} \right) + B}$$

Rauschen bei OVs – praktische Größen

$$U_n(B) = u_n \cdot \sqrt{f_{cu} \cdot \ln\left(\frac{f_H}{f_L}\right) + B}$$

$$I_n(B) = i_n \cdot \sqrt{f_{ci} \cdot \ln\left(\frac{f_H}{f_L}\right) + B}$$

LM 741:

$$E_n = 40 \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \cdot \sqrt{200 \cdot \ln\left(\frac{20000}{20}\right) + 19980} \cdot \sqrt{Hz} = \underline{\underline{5,86 \mu V}}$$

$$I_n = 0,25 \frac{pA}{\sqrt{Hz}} \cdot \sqrt{1500 \cdot \ln(1000) + 19980} \cdot \sqrt{Hz} = \underline{\underline{43,55 pA}}$$

NE 5534:

$$E_n = 4 \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \cdot \sqrt{90 \cdot \ln(1000) + 19980} \cdot \sqrt{Hz} = \underline{\underline{574,13 nV}}$$

$$I_n = 0,6 \frac{pA}{\sqrt{Hz}} \cdot \sqrt{200 \cdot \ln(1000) + 19980} \cdot \sqrt{Hz} = \underline{\underline{87,7 pA}}$$

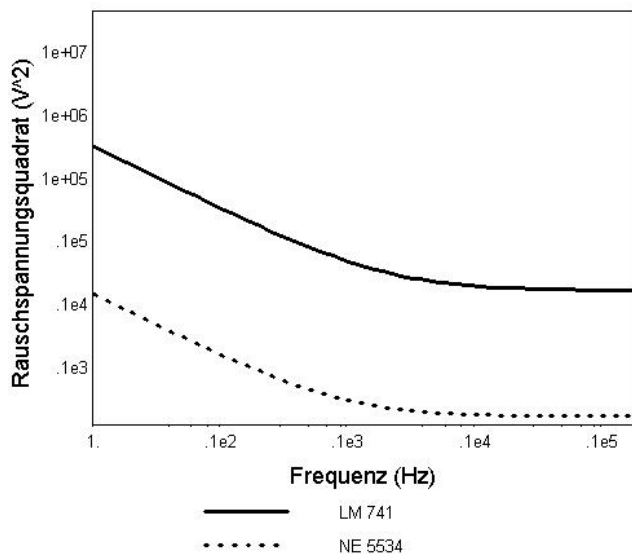


Abbildung 1: Äquiv. Eingangs-Rauschspannungsquadrat für LM 741 und NE 5534

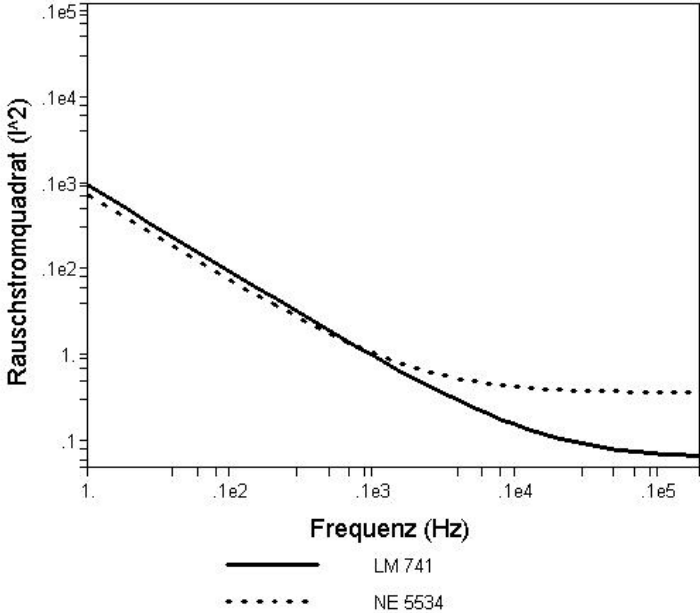
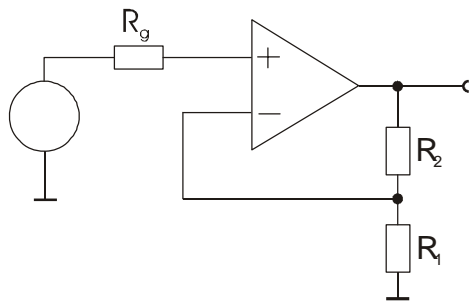


Abbildung 2: Äquiv. Eingangs-Rauschstromquadrat für LM 741 und NE 5534

Beispiel 12

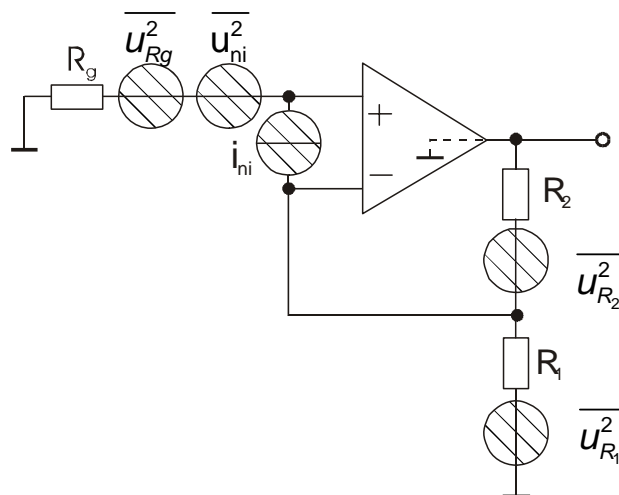
Elektrometerverstärker

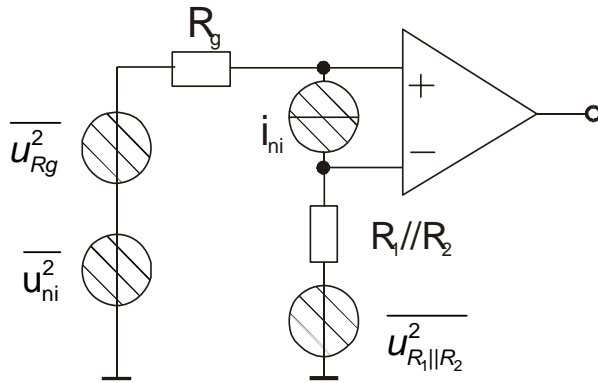
Gegeben sei ein Elektrometerverstärker, der durch eine Quelle mit rauschendem Innenwiderstand angesteuert wird. Das OV-Rauschen wird durch eine Rauschstromquelle zwischen den Eingängen und eine Rauschspannungsquelle in Serie dazu beschrieben.



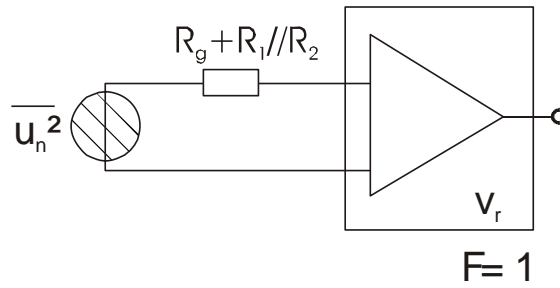
- Geben Sie das Rausch-Ersatzschaltbild der Schaltung an.
- Kombinieren Sie alle Rauschanteile zu einer Rauschersatzspannungsquelle am Eingang.

a)





b)



LEISTUNGEN DER UNKORRELIERTEN QUELLEN ADDIEREN!

$$\overline{u_n^2} = \overline{u_{R_g}^2} + \overline{u_{n_i}^2} + \overline{u_{R_1//R_2}^2} + \overline{i_{n_i}^2} (R_g + (R_1 // R_2))^2$$

mit

$$\overline{U_{R_g}^2} = 4kTB R_g$$

$$\overline{U_{R_1//R_2}^2} = 4kTB (R_1 // R_2)$$

$$\overline{u_{n_i}^2}, \overline{i_{n_i}^2} \rightarrow \text{OPV-Rauschen/Datenblatt}$$

Mischterme fallen nicht weg, da der Strom durch alle 3 Widerstände fließt!

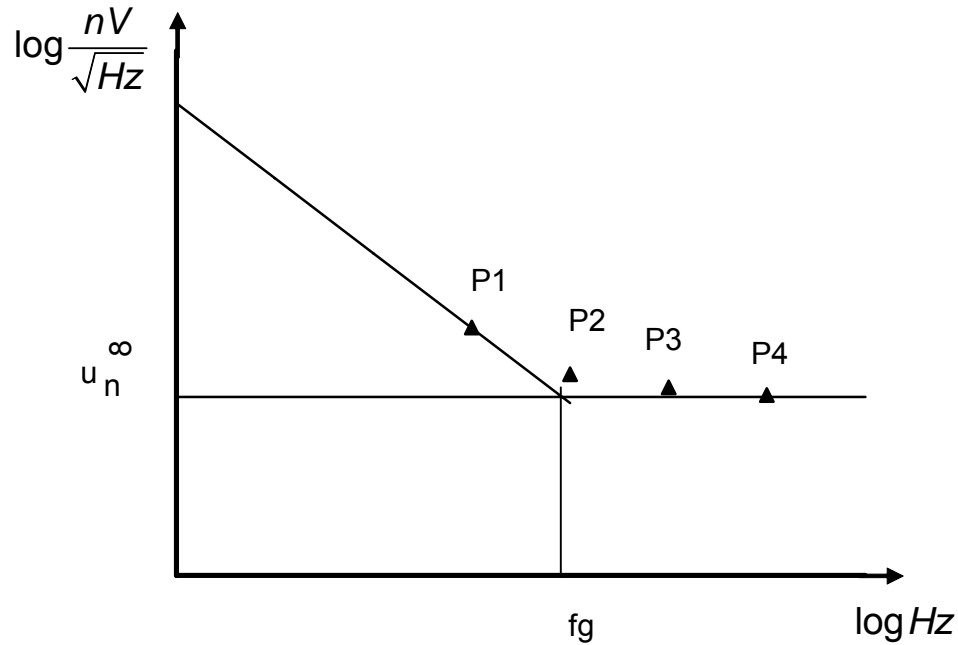
Beispiel 13

Elektrometerverstärker 2

Im Beispiel B12 wurde das Rauschersatzschaltbild eines Elektrometerverstärkers ermittelt. Gegeben sei nun eine Elektrometerverstärker – Schaltung mit einem OV des Typs AD 711. Die Schaltung wird durch eine Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand $R_g=1\text{k}\Omega$ angesteuert.

- Berechnen Sie zu den im Datenblatt gegebenen Rauschdaten (P_1 bei 10 Hz ... P_4 bei 10 kHz) eine passende Eingangs-Rauschdichte-Verteilungsfunktion über der Frequenz (mit einer Knickfrequenz f_g, u_n^∞).
- Berechnen Sie für die Rauschdichte- Verteilungsfunktion aus Punkt a) die Rauschspannung am Eingang des OVs für den Frequenzbereich **0,1 Hz bis 10 Hz**.
- Berechnen Sie für eine Verstärkung von $v_r=100$ den Widerstand R_1 für $R_2=10\text{k}\Omega$.
- Berechnen Sie für den Frequenzbereich **10 Hz bis 1 kHz** die Eingangsausgangsspannung (allgemeine Gleichung, dann einsetzen).
- Berechnen Sie für den Frequenzbereich aus Punkt d) die Rauschzahl des Verstärkers.
- Wie könnte man die Rauschzahl der Gesamtschaltung verbessern? Ist für die gegebene Quelle ein OV mit FET-Eingängen die optimale Lösung?

a)



$$u_{ni}^2 = u_{ni}^{2\infty} \left(1 + \frac{f_g}{f} \right)$$

$$f_1 u_{n1}^2 = u_{ni}^{2\infty} (f_1 + f_g)$$

$$\underline{f_4 u_{n4}^2 = u_{ni}^{2\infty} (f_4 + f_g)}$$

$$\rightarrow u_{ni}^{2\infty} = \frac{f_4 u_{n4}^2 - f_1 u_{n1}^2}{f_4 - f_1} = \frac{10^4 \cdot 0,256 \cdot 10^{-15} - 10 \cdot 2,025 \cdot 10^{-15}}{10^4 - 10} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

$$u_{ni}^{2\infty} = 0,254 \cdot 10^{-15} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

$$\underline{\underline{u_{ni}^\infty = 15,94 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}}}$$

$$\rightarrow f_g = f_1 \left(\frac{u_{n1}^2}{u_{ni}^{2\infty}} - 1 \right) = 69,7 \text{ Hz} = \underline{\underline{70 \text{ Hz}}}$$

AD711—SPECIFICATIONS

ELECTRICAL CHARACTERISTICS (V_S = ±15 V @ T_A = +25°C unless otherwise noted)

Parameter	J/A/S			K/B/T			C			Units
	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
INPUT OFFSET VOLTAGE¹										
Initial Offset		0.3	2/1/1		0.2	0.5		0.10	0.25	mV
T _{MIN} to T _{MAX}			3/2/2			1.0			0.45	mV
vs. Temp		7	20/20/20		5	10		2	5	μV/°C
vs. Supply	76	95		80	100		86	110		dB
T _{MIN} to T _{MAX}	76/76/76			80			86			dB
Long-Term Stability		15			15			15		μV/Month
INPUT BIAS CURRENT²										
V _{CM} = 0 V		15	50		15	50		15	25	pA
V _{CM} = 0 V @ T _{MAX}			1.1/3.2/51			1.1/3.2/51			1.6	nA
V _{CM} = ±10 V		20	100		20	100		20	50	pA
INPUT OFFSET CURRENT										
V _{CM} = 0 V		10	25		5	25		5	10	pA
V _{CM} = 0 V @ T _{MAX}			0.6/1.6/26			0.6/1.6/26			0.65	nA
FREQUENCY RESPONSE										
Small Signal Bandwidth	3.0	4.0		3.4	4.0		3.4	4.0		MHz
Full Power Response		200			200			200		kHz
Slew Rate	16	20		18	20		18	20		V/μs
Settling Time to 0.01%		1.0	1.2		1.0	1.2		1.0	1.2	μs
Total Harmonic Distortion		0.0003			0.0003			0.0003		%
INPUT IMPEDANCE										
Differential		3 × 10 ¹² 5.5			3 × 10 ¹² 5.5			3 × 10 ¹² 5.5		Ω pF
Common Mode		3 × 10 ¹² 5.5			3 × 10 ¹² 5.5			3 × 10 ¹² 5.5		Ω pF
INPUT VOLTAGE RANGE										
Differential ³		±20			±20			±20		V
Common-Mode Voltage ⁴		+14.5, -11.5			+14.5, -11.5			+14.5, -11.5		V
T _{MIN} to T _{MAX}	-V _S + 4		+V _S - 2	-V _S + 4		+V _S - 2	-V _S + 4		+V _S - 2	V
Common-Mode Rejection Ratio										dB
V _{CM} = ±10 V	76	88		80	88		86	94		dB
T _{MIN} to T _{MAX}	76/76/76	84		80	84		86	90		dB
V _{CM} = ±11 V	70	84		76	84		76	90		dB
T _{MIN} to T _{MAX}	70/70/70	80		74	80		74	84		dB
INPUT VOLTAGE NOISE										
f = 10Hz		2			2			2	4	μV p-p
f = 100Hz		45			45			45		nV/√Hz
f = 1kHz		22			22			22		nV/√Hz
f = 10kHz		18			18			18		nV/√Hz
f = 100kHz		16			16			16		nV/√Hz
INPUT CURRENT NOISE		0.01			0.01			0.01		pA/√Hz
OPEN-LOOP GAIN	150	400		200	400		200	400		V/mV
	100/100/100			100			100			V/mV
OUTPUT CHARACTERISTICS										
Voltage	+13, -12.5	+13.9, -13.3		+13, -12.5	+13.9, -13.3		+13, -12.5	+13.9, -13.3		V
	±12(±12/±12	+13.8, -13.1		±12	+13.8, -13.1		±12	+13.8, -13.1		V
Current		25			25			25		mA
POWER SUPPLY										
Rated Performance		±15			±15			±15		V
Operating Range	±4.5		±18	±4.5		±18	±4.5		±18	V
Quiescent Current		2.5	3.4		2.5	3.0		2.5	2.8	mA

NOTES

¹Input Offset Voltage specifications are guaranteed after 5 minutes of operation at T_A = +25°C.

²Bias Current specifications are guaranteed maximum at either input after 5 minutes of operation at T_A = +25°C. For higher temperatures, the current doubles every 10°C.

³Defined as voltage between inputs, such that neither exceeds ±10 V from ground.

⁴Typically exceeding -14.1 V negative common-mode voltage on either input results in an output phase reversal.

Specifications subject to change without notice.

b)

$$\overline{U_n^2} = \int_{f_u}^{f_o} u_n^2 df = u_{ni}^{2\infty} \left[(f_o - f_u) + f_g \ln \frac{f_o}{f_u} \right]$$

$$f_o = 10\text{Hz}$$

$$f_u = 0,1\text{Hz}$$

$$\overline{U_n^2} = 0,254 \cdot 10^{-15} [9,9 + 70 \ln 100] = 0,0844 \cdot 10^{-12} \text{V}^2$$

$$\underline{\underline{u_n = 0,3\mu\text{V}}} \quad \text{rms!}$$

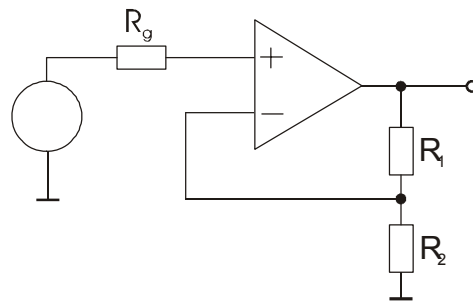
c)

$$R_2 = 10\text{k}\Omega$$

$$v_r = 100$$

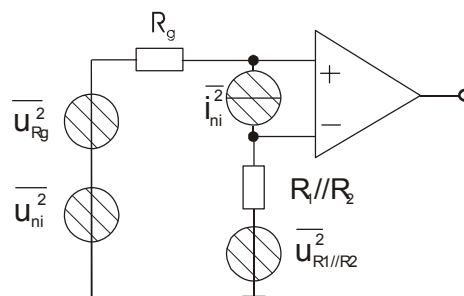
$$R_1 = 990\text{k}\Omega$$

$$R_1 // R_2 = 9,9\text{k}\Omega$$



d)

Rausch-ESB: $\overline{U_n^2}$ auf Eingang bezogen



$$\overline{U_{Rg}^2} = 4kTR_g = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{V}^2/\text{Hz}$$

$$\overline{U_{R_1//R_2}^2} = 4kT(R_1 // R_2)$$

$$\overline{u_n^2} = \overline{u_{R_g}^2} + \overline{u_{ni}^2} + \overline{u_{R_1 \parallel R_2}^2} + \overline{i_{ni}^2} \left(R_g + (R_1 \parallel R_2) \right)^2$$

$$f_0 = 1\text{kHz}, f_u = 10\text{Hz}, B = f_0 - f_u = 990\text{Hz}$$

$$\overline{U_n^2} = \overline{u_{R_g}^2} B + u_n^{\infty 2} \left(B + f_g \ln \frac{f_o}{f_u} \right) + \overline{u_{R_1 \parallel R_2}^2} B + \overline{i_{ni}^2} B \left(R_g + (R_1 \parallel R_2) \right)^2 \quad (\text{B13.1})$$

$$\overline{U_n^2} = 4,9 \cdot 10^{-13} \text{V}^2$$

$$\underline{\underline{U_n = 7 \cdot 10^{-7} \text{V}}}$$

e)

$$F = \frac{\overline{U_{nges}^2}}{4kTBR_g} = \frac{5,06 \cdot 10^{-13}}{1,58 \cdot 10^{-14}} = \underline{\underline{32}}$$

$$F_{dB} = 10 \log F = \underline{\underline{15dB}}$$

$$F = 1 + \frac{1}{4kT} \left[\left(R_g + 2 \cdot R_1 \parallel R_2 + \frac{(R_1 \parallel R_2)^2}{R_g} \right) \cdot i_{ni}^2 + \frac{u_n^{\infty 2}}{R_g} \left(1 + \frac{f_g}{B} \ln \frac{f_o}{f_u} \right) \right] + \frac{R_1 \parallel R_2}{R_g}$$

f)

Optimierung von F in Abhängigkeit von R_g :

$$\frac{dF}{dR_g} = 0 \rightarrow R_g \text{ opt}$$

$$R_{gopt} = \sqrt{\frac{4kT(R_1 \parallel R_2) + u_n^{\infty 2} \left(1 + \frac{f_g}{B} \ln \left(\frac{f_o}{f_u} \right) \right) + (R_1 \parallel R_2)^2 \cdot \overline{i_{ni}^2}}{\overline{i_{ni}^2}}} = \underline{\underline{2,21M\Omega}}$$

für $R_g=1\text{k}\Omega$ besser BIP-OV verwenden!

R_{gopt} in Gl. (B13.1) einsetzen:

$$\overline{U_n^2} = 3,6 \cdot 10^{-11} V^2$$

$$4kTBR_{gopt} = 2,53 \cdot 10^{-11} V^2$$

$$\left(R_g = 1k\Omega : \overline{U_{Rg}^2} = 1,6 \cdot 10^{-17} \frac{V^2}{Hz}, \quad \overline{U_{Rg}^2} = 1,584 \cdot 10^{-14} V^2 \right)$$

$$\underline{\underline{F_{opt} = 1,0279}}$$

$$\underline{\underline{F_{opt,dB} = 0,12dB}}$$

Das Rauschspannungsquadrat ist dabei aber 73 mal größer!

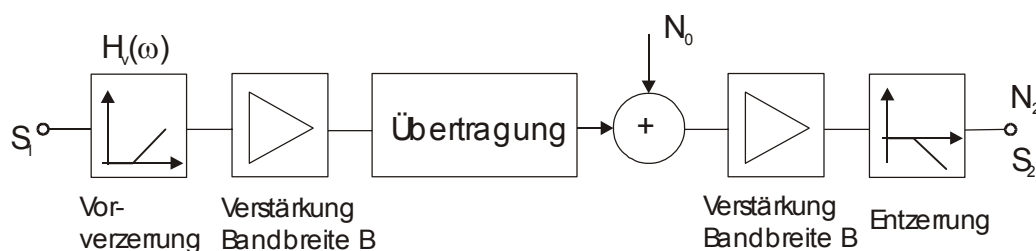
!!MINIMALES F HEISST NICHT MINIMALES RAUSCHEN!!

Beispiel 14

Pre- und Deemphasis

Welche Verbesserung des Signal-Rausch-Leistungsverhältnisses wird beim UKW-Rundfunk (angenommene NF-Bandbreite 16 kHz) durch die Vorverzerrung im Empfänger erreicht, wenn dafür RC-Filter erster Ordnung mit einer Zeitkonstanten $\tau=75 \mu\text{s}$ verwendet werden. Welche äquivalente Rauschbandbreite (weißes Rauschen) ergibt sich für den Tiefpass im Empfänger.

(Die äquivalente Rauschbandbreite eines Filters mit der Übertragungsfunktion $H(\omega)$ ist identisch gleich der Bandbreite eines Vergleichsfilters, das eine rechteckförmige Übertragungsfunktion der Höhe $H(0)$ hat und dessen Ausgang dieselbe Rauschleistung liefert wie das betrachtete Filter.)



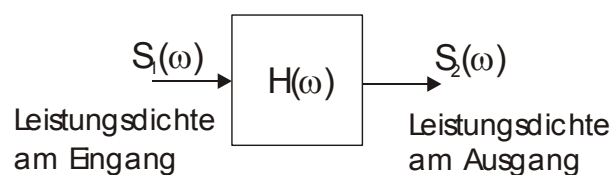
S_1unverzerrtes Sendesignal

S_2rückgewonnenes Empfangssignal

Es soll möglichst $S_1=S_2$ erreicht werden.

$$\rightarrow \left| \frac{\text{Übertragungsfunktion}}{\text{der Vorverzerrung}} \right|^2 \cdot \left| \frac{\text{Übertragungsfunktion}}{\text{der Entzerrung}} \right|^2 = 1$$

Es gilt:



$$S_2 = S_1 \cdot |H|^2$$

In unserem Fall wird also das Signal unverzerrt übertragen.

Das Rauschsignal N_0 durchläuft das Entzerrungsfilter. Es wird weißes Rauschen mit konstanter spektraler Rauschleistungsdichte

$$\boxed{S_{xx} = konst = N_0 G} \text{ vorausgesetzt.}$$

Das Vorverzerrungsfilter ist ein Hochpass 1. Ordnung, für den Entzerrer-Tiefpass erhält man:

$$H_e(jf) = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_g}} \Rightarrow |H_e|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}$$

$$|H_e|^2 = \frac{1}{1 + x^2} \text{ mit } x = \frac{f}{f_g}$$

Die Rauschleistung am Ausgang N_2 erhält man aus:

$$N_2 = \int_B S_{yy} df = \int_B S_{xx} \cdot |H|^2 df = \int_B N_0 G \frac{1}{1 + x^2} df$$

$$N_2 = \dots = N_0 G \cdot f_g \int_0^{B/f_g} \frac{1}{1 + x^2} dx = G \cdot N_0 \cdot f_g \cdot \arctan\left(\frac{B}{f_g}\right)$$

Ohne Entzerrung wäre die Rauschleistung am Ausgang:

$$N_2' = G \cdot N_0 B$$

Die Verbesserung des SNR ist dann:

$$\frac{1}{A} = \frac{\text{SNR(ohne)}}{\text{SNR(mit)}} = \frac{N_2(\text{mit})}{N_2(\text{ohne})} = \frac{f_g}{B} \cdot \arctan \frac{B}{f_g}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ S(\text{mit}) = S(\text{ohne}) \end{array}$$

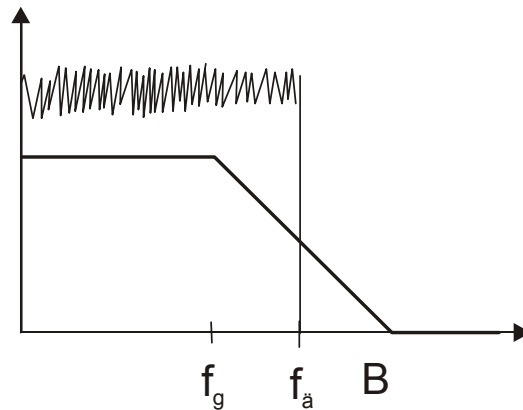
$$\Rightarrow B = 16\text{kHz}, f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \tau} = \frac{1}{2\pi \cdot 75\mu\text{s}} = 2,12\text{kHz}$$

$$\frac{B}{f_g} = 7,55; \quad \arctan\left(\frac{B}{f_g}\right) = 1,44 \text{ rad} = 82,5^\circ; \quad \frac{1}{A} = 0,19$$

$$\underline{\underline{\text{Verbesserung } A = 5,24 \hat{=} 7,2\text{dB}}}$$

Äquivalente Rauschbandbreite:

Bandbreite eines fiktiven Filters mit rechteckförmiger Übertragungsfunktion, aus dem die gleiche Rauschleistung herauskommt. (Eingangssignal = weißes Rauschen).



$$N_2 = G \cdot N_0 \cdot f_g \cdot \arctan\left(\frac{B}{f_g}\right)$$

$$N_2 := G \cdot N_0 \cdot f_{\text{ä}} \quad \Rightarrow f_{\text{ä}}$$

$$f_{\text{ä}} = f_g \cdot \arctan\left(\frac{B}{f_g}\right) = 3,05\text{kHz}$$

