

Halbleiterphysik - Eine Zusammenfassung

Markus Braitner
E0425323

Stand: 24. Februar 2006.

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen	4
1.1	Grundlagen aus der Atomphysik	4
1.2	Schwingungen und Wellen	5
1.3	Die Schrödingergleichung	5
1.3.1	Herleitung für freies Teilchen	5
1.3.2	Allgemeine Form der Schrödingergleichung	6
1.3.3	Wahrscheinlichkeitsinterpretation	6
1.3.4	Einfache Spezialfälle der Schrödingergleichung	6
1.3.5	Der unendlich tiefe Potentialtopf	7
1.3.6	Der Tunneleffekt	7
1.4	Das Wasserstoffatom	8
1.4.1	Das Coulombpotential	8
1.4.2	Klassifikation der Wellenfunktionen	8
1.4.3	Optische Übergänge im Wasserstoffatom	9
1.5	Das Periodensystem der Elemente	9
2	Periodische Festkörperstrukturen	10
2.1	Zur Bildung der Energiebänder	10
2.1.1	Metalle	10
2.1.2	Halbleiter	10
2.1.3	Amorphe Halbleiter	11
2.2	Wellennatur der Elektronen	11
2.2.1	Bragg-Bedingung	11
2.2.2	Modell des fast freien Elektrons / Das Bloch'sche Theorem	11
2.2.3	Das Kronig-Penney-Modell	12
2.2.4	Gitterschwingungen	13
2.3	Diamant- und Zinkblendestruktur	14
2.3.1	Gitterbeschreibung	14
2.3.2	Diamant- & Zinkblendegitter	14
2.4	Bandstruktur spezieller Halbleiter	15
3	Transporteffekte in Halbleitern	17
3.1	Analogie zum freien Teilchen	17
3.2	Statistik der Elektronen und Löcher	18
3.2.1	Störstellen	18
3.2.2	Ladungsträgerkonzentration im ungestörten, homogenen Halbleiter	19
3.2.3	Ladungsträgerkonzentration im dotierten, homogenen Halb- leiter	21
3.3	Rekombination und Paarerzeugung	22
3.4	Beweglichkeit und Feldstrom	22
3.4.1	Drude Modell	22
3.4.2	Boltzmann Gleichung	23
3.4.3	Streumechanismen	23
3.4.4	Hall-Effekt	24
3.4.5	Diffusionsstrom	24
3.4.6	Kontinuitätsgleichungen	25
3.4.7	Shockley-Haynes-Experiment	25

4	Optische Eigenschaften von Halbleitern	26
4.1	Elektron-Photon Wechselwirkung	26
4.1.1	Optische Übergänge im Zwei-Niveau-System	26
4.2	Optische Übergänge in Halbleitern	26
4.2.1	Interbandübergänge	27
4.2.2	Intrabandübergänge	28
4.2.3	Exzitonen	28
5	Halbleiterdioden	29
5.1	Wirkungsweise des pn -Überganges	29
5.1.1	Der nm^+ -Übergang	29
5.1.2	Der pn -Übergang	29
5.1.3	Flussbetrieb	29
5.1.4	Sperrbetrieb	29
5.2	Raumladungszone und Sperrschichtkapazität	29
5.2.1	Raumladungszone des abrupten pn -Überganges	29
5.2.2	Sperrschichtkapazität	30
5.3	Kennlinie der pn -Diode	30
5.3.1	Die reale Diodenkennlinie	30
5.3.2	Die kurze Diode	30
5.3.3	Temperaturabhängigkeit der Diodenkennlinie	30
5.4	Durchbruch von pn -Dioden	31
5.5	Herstellung und Arten von pn -Dioden	31
5.5.1	Schottky-Diode	31
5.5.2	Tunnel- und Rückwärtsdiode	31
5.5.3	Halbleiter-Heterostrukturen	32
6	Transistoren	33
6.1	Bipolar-Transistoren	33
6.1.1	Wirkungsweise des Bipolar-Transistors im aktiven Betrieb	33
6.1.2	Bipolar-Transistor: Basisstrom	33
6.1.3	Dotierungsprofil des Bipolar-Transistors	33
6.1.4	Betriebsfälle des Bipolar-Transistors	33
6.1.5	Kennlinien des Bipolar-Transistors	34
6.2	Feldeffekt-Transistoren	34
6.2.1	Sperrschicht-FET	34

1 Physikalische Grundlagen

1.1 Grundlagen aus der Atomphysik

Planck Licht ist eine elektromagnetische Strahlung (*Wellencharakter*) und kann Energie nur in Vielfachen von Energiequanten (Photonen) aufnehmen oder abgeben:

$$E = hf = \hbar\omega \quad (1)$$

Einstein Lichtquanten sind Teilchen mit Energie und Impuls (*Teilchencharakter*):

$$E = p_q c \quad (2)$$

$$p_q = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (3)$$

mit $p_q \dots$ Photon-Impuls und $c \dots$ Photon-Geschwindigkeit.

<i>Teilaspekt des Lichts</i>	<i>Nützlich für die Beschreibung von</i>
Wellenaspekt	Ausbreitung, Beugung, Interferenz
Teilchenaspekt	Energieabgabe an und Energieaufnahme von Materie

Photoeffekt Reine Metalle geben bei Bestrahlung mit Licht Elektronen ab, sofern die Frequenz des Lichts oberhalb einer bestimmten Schwelle liegt. Dabei ist die Zahl der emittierten Elektronen der Intensität des Lichts proportional.

Compton Effekt Substanz mit locker gebundenen Elektronen wird mit UV-Licht bestrahlt. Im Streulicht ist außer der Primärwellenlänge auch eine längerwellige Komponente nachweisbar; außerdem ausgeschlagene Elektronen. Erklärung nicht im Wellenbild, aber im Teilchenbild möglich, und zwar als elastischer Stoß Photon-Elektron:

$$\hbar\omega_0 = \hbar\omega_{sc} + E_e \quad (4)$$

$$\hbar\vec{k}_0 = \hbar\vec{k}_{sc} + \vec{p}_e \quad (5)$$

Dabei stellt E_e die kinetische Energie und \vec{p}_e den Impuls des Compton-Elektrons dar.

Mit (3) ergibt sich für die Länge des Wellenvektors \vec{k} (zeigt in die Ausbreitungsrichtung des Photons) und den Impuls des Photons:

$$|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6)$$

$$|\hbar\vec{k}| = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \quad (7)$$

Der Compton-Effekt ist ein direkter Beweis dafür, dass Photonen nicht nur die Energie $\hbar\omega$, sondern auch den Impuls $\hbar k$ haben.

Materiewellen 1924 Idee von L. de Broglie, dass Dualität nicht nur für Licht, sondern für alle materiellen Teilchen Gültigkeit hat. 1927 durch Davisson und Germer experimentell bewiesen.

Wellencharakter von Teilchen allerdings erst bei einer großen Zahl von Ereignissen bemerkbar.

Überzeugendstes Experiment: Beugung von Elektronen am Doppelspalt.

1.2 Schwingungen und Wellen

Harmonische Welle Durch sin- oder cos-Funktion beschreibbar:

$$\Psi(x, t) = A \sin(x, t) = A \sin(k \cdot x - k \cdot v \cdot t) \quad (8)$$

Dispersionsrelation

- Funktion $\omega(k)$
- Stellt Zusammenhang zwischen Zeit- und Ortsabhängigkeit her.
- Hängt vom Ausbreitungsmedium ab.
- Kann periodisch sein.

Anstieg der Dispersionsrelation ist die Gruppengeschwindigkeit:

$$v_g = \frac{\partial \omega(k)}{\partial k} \quad (9)$$

1.3 Die Schrödingergleichung

1.3.1 Herleitung für freies Teilchen

Für die Wellenfunktion wird folgender Ansatz verwendet:

$$\Psi(x, t) = \exp[i(k \cdot x - \omega \cdot t)] \quad (10)$$

Folgende Bedingungen sollen erfüllt werden:

$$E = \hbar \omega \quad (11)$$

$$p = \hbar k \quad (12)$$

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad (13)$$

Durch Einsetzen und Umformen dieser Gleichungen ergibt sich für den Ansatz (10) die Schrödingergleichung für das freie Teilchen:

$$\left. \begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) &= E \Psi(x, t) \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) &= \frac{p^2}{2m} \Psi(x, t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t)$$

1.3.2 Allgemeine Form der Schrödingergleichung

Berücksichtigen der potentiellen Energie liefert

$$\underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t)}_{\text{Kinetische Energie}} + \underbrace{V(x, t) \cdot \Psi(x, t)}_{\text{Potentielle Energie}} = \underbrace{i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t)}_{\text{Gesamtenergie}} \quad (14)$$

Das kann man noch auf drei Dimensionen erweitern:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (15)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{x}, t) + V(\vec{x}, t) \cdot \Psi(\vec{x}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{x}, t) \quad (16)$$

1.3.3 Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Die Lösung der Schrödingergleichung wird nun als Wahrscheinlichkeitsamplitude interpretiert. Damit lassen sich Erwartungswerte für z.B. Impuls oder Energie über Operatoren berechnen.

Normierung der Wellenfunktion Durch die Tatsache, dass sich das Teilchen irgendwo im Raum befinden muss, lässt sich die Wellenfunktion normieren:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(\vec{x}, t) \Psi(\vec{x}, t) dV = 1 \quad (17)$$

1.3.4 Einfache Spezialfälle der Schrödingergleichung

Wellenpaket Beschreibung, die Wellen- und Teilchenaspekt vereint; mathematisch ausgedrückt durch eine Superposition von Einzelwellen:

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) \cdot e^{i(kx - \omega(k)t)} dk \quad (18)$$

Dabei stellt $g(k)$ eine passende Funktion zum Abschneiden der weiteren Wellenberge dar.

Die Beschreibung durch ein Wellenpaket berücksichtigt auch die *Heisenberg'sche Unschärferelation*:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (19)$$

Das bedeutet, dass ein Wellenpaket, das in starker räumlicher Lokalisierung vorliegt, eine große Unbestimmtheit des Impulses besitzt (und umgekehrt).

Die zeitunabhängige Schrödingergleichung Für stationäre Fälle erhält man mit dem Lösungsansatz

$$\Psi(\vec{x}, t) = e^{-i\omega t} \cdot \varphi(\vec{x}) \quad (20)$$

nach Einsetzen und Kürzen die zeitunabhängige Schrödingergleichung:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \varphi(\vec{x}) + V(\vec{x}) \cdot \varphi(\vec{x}) = E \cdot \varphi(\vec{x}) \quad (21)$$

1.3.5 Der unendlich tiefe Potentialtopf

Im Topf ist das Potential gleich Null, außerhalb unendlich. Außerhalb vom Topf ist $\varphi(x) = 0$, innerhalb erhält man mit dem Ansatz

$$\varphi(x) = A \cdot \sin(kx) \quad (22)$$

die Dispersionsrelation

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (23)$$

Über die Randbedingungen $\varphi(x=0) = \varphi(x=a)$ (a ist die Breite des Potentialtopfes) folgt

$$k = \frac{n\pi}{a} \dots (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (24)$$

Über die Aufenthaltswahrscheinlich im ganzen Bereich wird A normiert und es ergeben sich für den unendlich tiefen, rechteckigen Potenzialtopf die Eigenfunktionen und -energien zu:

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (25)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2 \quad (26)$$

Verallgemeinerung auf 3D (Würfel mit Seitenlänge L):

$$\varphi_{l,j,n}(x, y, z) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \sin\left(\frac{l\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \quad (27)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (l^2 + j^2 + n^2) \quad (28)$$

1.3.6 Der Tunneleffekt

Teilchen läuft auf Potentialbarriere endlicher Höhe (V) mit einer Energie zu, die kleiner als V ist. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit wird das Teilchen nicht nur reflektiert, sondern "tunnelt" durch die Barriere.

Ansatz für die drei Bereiche:

$$\begin{aligned} \varphi_I(x) &= A_1 e^{ikx} + A_2 e^{-ikx} \\ \varphi_{II}(x) &= B_1 e^{\kappa x} + B_2 e^{-\kappa x} \\ \varphi_{III}(x) &= C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx} \end{aligned}$$

Dabei fehlt das i im Ansatz für Bereich II , weil das Teilchen in der Barriere ja nicht schwingen kann. k und κ wird über das Lösen der Schrödingergleichung bestimmt. Zur Bestimmung der Koeffizienten A_i , B_i und C_i verwendet man die Randbedingungen

$$\begin{aligned} \varphi_I(x=0) &= \varphi_{II}(x=0) \\ \varphi_{II}(x=d) &= \varphi_{III}(x=d) \\ \frac{\partial \varphi_I}{\partial x}(x=0) &= \frac{\partial \varphi_{II}}{\partial x}(x=0) \\ \frac{\partial \varphi_{II}}{\partial x}(x=d) &= \frac{\partial \varphi_{III}}{\partial x}(x=d) \end{aligned}$$

und zwei Überlegungen:

1. Hinter der Barriere läuft Elektron nur nach rechts $\Rightarrow C_2 = 0$.
2. Normierung des einlaufenden Elektrons $\Rightarrow A_1 = 1$.

Damit ergibt sich für Reflexion / Tunneln:

	Reflexion
Lösung	$\varphi(x) = A \cdot \exp(-ikx)$
Wellenfunktion	$\Psi_r(x, t) = A \cdot \exp(-ikx) \cdot \exp(-i\omega t)$
Wahrscheinlichkeit	$R = \Psi_r^*(x, t) \cdot \Psi_r(x, t)$

	Tunneln
Lösung	$\varphi(x) = A \cdot \exp(+ikx)$
Wellenfunktion	$\Psi_t(x, t) = A \cdot \exp(+ikx) \cdot \exp(-i\omega t)$
Wahrscheinlichkeit	$R = \Psi_t^*(x, t) \cdot \Psi_t(x, t)$

1.4 Das Wasserstoffatom

Maßeinheit Angstrom:

$$1\text{\AA} = 10^{-10}m$$

1.4.1 Das Coulombpotential

Das Elektron wird mit der Coulombkraft an das Proton im Kern angezogen. Auf das Elektron wirkt also ein Potential

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (29)$$

Die zeitunabhängige Schrödingergleichung lautet daher (in Kugelkoordinaten):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(r) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\Psi(r) = E\Psi(r) \quad (30)$$

Der Laplace-Operator Δ hängt dabei von den Kugelkoordinaten r , θ und φ ab, darum wählt man für die Lösung der Wellengleichung den Separationsansatz

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \varphi(\varphi) \quad (31)$$

1.4.2 Klassifikation der Wellenfunktionen

Die Parameter r , θ und φ werden nun über die Quantenzahlen n , m und l dargestellt. Über die Lösung der Wellengleichung ergeben sich folgende Wertebereiche:

Hauptquantenzahl	$n = 1, 2, 3, \dots$	K, L, M, ...
Nebenquantenzahl	$l = 0, 1, 2, \dots (n - 1)$	s, p, d, f, ...
Magnetische Quantenzahl	$m = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$	

Energie-Eigenwerte Diese hängen nur von der Hauptquantenzahl n ab:

$$E_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_B} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (32)$$

Dabei ist a_B der *Bohr'sche Atomradius*

$$a_B = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_0 e^2} = 0.053 \text{ nm} \quad (33)$$

Rydberg-Energie Energie des Elektrons im Grundzustand:

$$E_B = -\frac{m_0 e^4}{2(4\pi\hbar\epsilon_0)^2} = -13.6 \text{ eV} \quad (34)$$

Spinquantenzahl Der Eigendrehimpuls des Elektrons kann genau zwei Werte annehmen, nämlich $\pm\hbar/2$. Damit ergibt sich für die Spinquantenzahl

$$s = \pm\frac{1}{2} \quad (35)$$

1.4.3 Optische Übergänge im Wasserstoffatom

Beim Übergang eines Elektrons von einem Zustand höherer auf einen Zustand niedriger Energie werden Photonen emittiert, die ein Emissionsspektrum liefern. In diesem Spektrum gibt es Emissionslinien bei Wellenlängen, die der Übergangsenergie zwischen zwei Energieniveaus entsprechen:

$$\hbar\omega = E_m - E_n \quad (36)$$

Verschiedene Serien im Linienspektrum des Wasserstoffatoms:

Lyman-Serie	$\hbar\omega = E_R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 2, 3, 4, \dots$
Balmer-Serie	$\hbar\omega = E_R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 3, 4, 5, \dots$
Paschen-Serie	$\hbar\omega = E_R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 4, 5, 6, \dots$

1.5 Das Periodensystem der Elemente

Anordnung der Elektronen in der Hülle von zwei Prinzipien bestimmt:

Pauli-Prinzip In einem atomaren System kann jeweils nur 1 Elektron einen bestimmten Zustand (der durch die vier Quantenzahlen bestimmt wird) besetzen - keine zwei Elektronen dürfen in allen vier Quantenzahlen übereinstimmen.

Bohr-Sommerfeldsches Prinzip Neues Atom mit höherer Ordnungszahl entsteht durch Hinzufügen einer Elektronen zur Hülle eines Atoms mit niedrigerer Ordnungszahl. Dabei wird immer die energetisch günstigste Möglichkeit, das Elektron anzuordnen, wahrgenommen (im allgemeinen ein Zustand mit der niedrigsten frei verfügbaren Hauptquantenzahl).

2 Periodische Festkörperstrukturen

2.1 Zur Bildung der Energiebänder

Die erlaubten Energiewerte sind bei Kristallen in sogenannten *Bändern* angeordnet. Dabei sind die erlaubten Bänder durch verbotene getrennt. Die Bänder entstehen, indem sich die diskreten Energieniveaus der einzelnen Atome überlagern.

Um das zu verstehen, kann man mehrere Potentialtöpfe nebeneinander betrachten, wobei man die Barrieren zwischen den Töpfen immer kleiner werden lässt. Irgendwann gibt es nicht nur 1 Energieniveau pro Topf, sondern es sind viele Energieniveaus über alle Töpfe verteilt (\rightarrow Energieband). Jedem Energieniveau / jeder Wellenfunktion lässt sich nun ein k -Wert zuordnen, da k die Form der Wellenfunktion beschreibt. Dadurch ergibt sich eine $E(k)$ -Beziehung.

Geht man von einem Wasserstoffatom aus und fügt noch ein zweites dazu, gibt es für die Elektronen nur zwei stationäre Zustände:

<i>bindender Zustand</i>	<i>antibindender Zustand</i>
Elektron spürt beide Potentiale	Elektron hält sich nur bei den Ionen auf
Absenkung der Energie	Erhöhung der Energie
$\Psi = \Psi_H(r_1) - \Psi_H(r_2)$	$\Psi = \Psi_H(r_1) + \Psi_H(r_2)$

Tight binding Methode, die davon ausgeht, dass Bindung nur zwischen nächsten Nachbarn (NN) auftritt. Energienullpunkt wird auf den Zustand des neutralen Atoms gelegt.

Energiedispersion Wird auch *Bandstruktur* genannt und stellt die $E(k)$ -Beziehung dar. Das letzte Energieniveau, das mit Elektronen besetzt ist, heißt *Fermi-Niveau*.

2.1.1 Metalle

Einheitliche Bindungslänge im Gitter. Darum kontinuierliches Energiespektrum, das halb mit Elektronen gefüllt ist. Die Bindungsenergie ist eher klein, daher sind Metalle nicht besonders hart. Hohe Leitfähigkeit, weil Elektronen leicht in die obere Bandhälfte gehoben werden können.

2.1.2 Halbleiter

Abstand eines Paares kleiner als der Abstand zum Rest \rightarrow Bindungsenergie des näheren Paares steigt \rightarrow größerer Abstand zwischen bindendem und antibindendem Zustand \rightarrow klar definierte Bänder mit Bandlücke dazwischen.

Halbleiter entstehen, wenn sowohl kurze als auch längere Bindungslängen existieren.

Halbleiter sind aufgrund der stärkeren Bindung härter und haben bei $T = 0$ keine Leitfähigkeit.

Unteres Band (*Valenzband*) vollständig mit Elektronen befüllt, oberes Band (*Leitungsband*) leer. Werden genügend Elektronen ins Leitungsband angeregt, wird der Halbleiter vom Isolator zum Leiter.

2.1.3 Amorphe Halbleiter

Statistische Abweichungen von der periodischen Gitterstruktur \rightarrow lokale Änderungen des Abstandes \rightarrow starke Änderung im Energiespektrum.

Energiebänder und Gap bleiben im Wesentlichen erhalten, wobei auch vereinzelt Energieniveaus im Gap zu finden sind. Durch die Lokalisierung der Energieniveaus wird die Leitfähigkeit stark reduziert.

2.2 Wellennatur der Elektronen

2.2.1 Bragg-Bedingung

Fällt Strahlung auf einen Kristall, reflektieren die einzelnen Atomebenen einen bestimmten Anteil der einfallenden Strahlung. Die Reflexionen interferieren an manchen Stellen konstruktiv, an anderen destruktiv. Für konstruktive Überlagerung muss die *Bragg-Bedingung* gelten (d ist der Abstand der Atomebenen und Θ der Einfallswinkel):

$$2d \cdot \sin(\Theta) = n \cdot \lambda \quad (37)$$

Bragg-Reflexionen kann es also nur bei Wellenlängen kleiner als der doppelte Abstand der Atomebenen geben.

2.2.2 Modell des fast freien Elektrons / Das Bloch'sche Theorem

Einteilchennäherung Man betrachtet nur ein einzelnes Teilchen (gerechtfertigt, wenn Teilchendichte nicht zu groß), fasst alle Wechselwirkungen zusammen und verwendet die Einteilchen-Schrödingergleichung.

Modell des fast freien Elektrons Wellenfunktion und Energie wie bei freiem Elektron, Einfluss des Gitters wird in eine energieabhängige Masse gesteckt. Modell nur bei schwachem Potential anwendbar (Elektron nur wenig vom Gitter in seiner Bewegung gestört).

Bragg-Reflexion ist ein charakteristisches Kennzeichen für die Wellenausbreitung im Kristall. Bei bestimmten ausgezeichneten Punkten entstehen dadurch stehende Wellen (*Zonengrenzen der 1., 2., ... Brillouinzone*). Das ist dort, wo der Gangunterschied zweier von benachbarten Atomen reflektierten Wellen ein Vielfaches von 2π ist:

$$k_l = \frac{l\pi}{a} \quad l = \pm 1, 2, 3, \dots \quad (38)$$

Das Bloch'sche Theorem

Theorem 1 (Bloch'sches Theorem) Die Eigenfunktionen der Wellengleichung für ein periodisches Potenzial sind das Produkt aus einer ebenen Welle $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{x})$ und einer Funktion $u_k(\vec{x})$, die die Periodizität des Gitters besitzt:

$$\Psi_k(\vec{x}) = u_k(\vec{x}) \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad (39)$$

2.2.3 Das Kronig-Penney-Modell

Vereinfachtes Modell für Elektronen in Kristallgitter, verwendet ein einfaches periodisches Kristallpotenzial (a_0 ist die Gitterkonstante)

$$V(x + a_0) = V(x) \quad (40)$$

und vernachlässigt alle anderen Wechselwirkungen. Die Wellenfunktionen der Elektronen sind Bloch-Funktionen.

Herleitung für das eindimensionale Problem über periodische Kette von Rechteckbarrieren. Lösung der Schrödingergleichung für die zwei Bereiche mit dem Ansatz $\Psi_k(x) = u_k(x) \cdot e^{ikx}$, wobei $u(x) = u(x + a + b)$ (Blochfunktion). Nullsetzen der Koeffizientendeterminante liefert eine Bestimmungsgleichung für k :

$$\frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\alpha\beta} \cdot \sinh(\beta b) \cdot \sin(\alpha a) + \cosh(\beta b) \cdot \cos(\alpha a) = \cos(k(a + b)) \quad (41)$$

$$\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E \quad \beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)$$

Rechte Seite von (41): Werte zwischen $+1$ und $-1 \Rightarrow$ linke Seite (Energien!) auch nur zwischen $+1$ und -1 ! Gleichung bestimmt also erlaubte Energiebereiche!

Vereinfachung des Kronig-Penney-Modells (Breite Potenzialbarrieren gegen Null, Barrierenwirkung aber gleich) ergibt als Bestimmungsgleichung für die erlaubten Energiebänder:

$$P \frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a} + \cos(\alpha a) = \cos(ka) \quad (42)$$

mit der Barrierenstärke

$$P = \frac{ma}{\hbar^2} \cdot V_0 \cdot b$$

Grenzfälle

$P \rightarrow 0$	Barriere verschwindet	freie Elektronen
$P \rightarrow \infty$	unendlich hohe Barriere	unendlich tiefer Potentialtopf

$E(k)$ -Diagramm $E(k)$ -Beziehung erhält man aus (42). Variiert man bei $a, P = const.$ das k , wird sich auch über das α die Energie ändern. Es entsteht das $E(k)$ -Diagramm, in dem an den Stellen $k = \frac{n\pi}{a}$ die Energie springt (dort ist der cos auf der rechten Seite Null):

Es entstehen also Energiebänder, die an den Stellen $k = \frac{n\pi}{a}$ durch verbotene Zonen getrennt sind. Man spricht von *Brillouin*zonen:

erste Brillouinzone	$-\frac{\pi}{a} \leq k \leq +\frac{\pi}{a}$
zweite Brillouinzone	$-\frac{2\pi}{a} \leq k \leq -\frac{\pi}{a}$ und $+\frac{\pi}{a} \leq k \leq +\frac{2\pi}{a}$

Aufgrund der Periodizität des $E(k)$ -Diagramms lässt sich die gesamte Information in der ersten Brillouinzone darstellen (\rightarrow *reduziertes Zonenschema*). Wiederholung jedes Punktes um $k = \pm \frac{2\pi}{a}$ macht aus dem reduzierten Zonenschema das *Multizonenschema*.

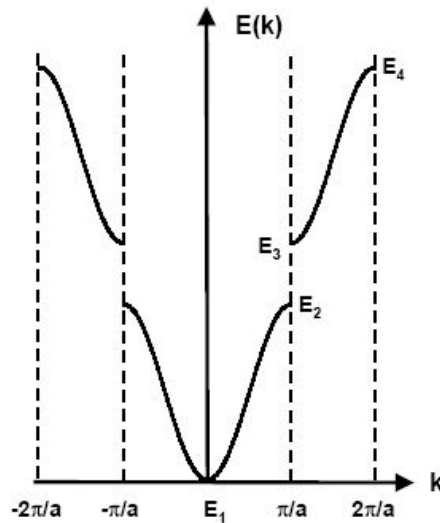


Abbildung 1: $E(k)$ -Diagramm

2.2.4 Gitterschwingungen

Atome schwingen um ihre Ruhelage \rightarrow Eigenfrequenzspektrum.

Lineare Kette - monoatomare Basis Lösen der Bewegungs-Differentialgleichung liefert die Dispersion (k wurde für die Gitterschwingungen durch q ersetzt)

$$\omega(q) = 2\sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \left| \sin\left(\frac{qa}{2}\right) \right| \quad (43)$$

Die Taylorreihennäherung für den linearen Bereich ergibt die Beziehung für Schallwellen, daher der Name *akustische Gitterschwingung* für diese Schwingungsart.

Lineare Kette - biatomare Basis Erweitern des Modells auf Atome mit zwei unterschiedlichen Massen. Lösen der Bewegungs-DG liefert (wegen quadratischer Gleichung) zwei Dispersionsbeziehungen:

$$\omega_{ac}(q) = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}}} \quad (44)$$

$$\omega_{opt}(q) = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 - \gamma^2 \sin^2 \frac{aq}{2}}} \quad (45)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(C_1 + C_2)(M_1 + M_2)}{M_1 M_2}} \quad \text{und} \quad \gamma^2 = 16 \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} \cdot \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} \quad (46)$$

Für $q \ll \pi/a$ lässt sich die akustische Dispersion wieder linear annähern. Bei der akustischen Dispersion schwingen benachbarte Atome gleichphasig, bei der

optischen gegenphasig. Bei Kristallen des Types A^+B^- bewirkt das Gegeneinanderschwingen benachbarter Ionen ein elektrisches Feld, deswegen der Name *optische Gitterschwingungen*.

Transversale Eigenschwingungen des Gitters Im dreidimensionalen Kristall sind auch transversale Schwingungen möglich.

Phononen Obige Gitterschwingungen entsprechen einem harmonischen Oszillator mit der Energie

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega \quad (47)$$

Mögliche Energieniveaus haben die Abstände $\hbar\omega$ und die Gitterschwingungen können somit als Teilchen interpretiert werden, die dann *Phononen* heißen (Konzept ähnlich zum elektromagnetischen Feld, wo die Teilchen *Photonen* heißen). Die Zahl der im Mittel bei der Temperatur T angeregten Phononen ist durch die *Bose-Einstein-Beziehung* gegeben:

$$n = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \quad (48)$$

2.3 Diamant- und Zinkblendestruktur

Kristall Regelmäßige Anordnung der Atome in einem Festkörper durch Bindungskräfte zwischen den Atomen.

2.3.1 Gitterbeschreibung

Translationsgitter Einfachste Form eines räumlichen Punktgitters, das durch drei linear unabhängige Gittervektoren (*primitive Gittervektoren*) definiert wird. Tatsächliche Gitter sind im allgemeinen keine reinen Translationsgitter, sondern Gitter mit einer sogenannten Basis: Eine Atomgruppe (*Basis*) wird mit der Periodizität des Translationsgitters verschoben.

Richtungen Richtungen werden als Koeffizienten für die primitiven Gittervektoren in der Form $[uvw]$ angegeben. Negative Indizes werden durch einen Querstrich über der Größe gekennzeichnet.

Ebenen Beschreibung von Ebenen mit den *Millerschen Indizes*: Ebene wird mit den Kristallachsen geschnitten und die Achsenabschnitte als ganzzahlige Vielfache der Basisvektoren dargestellt. Die Reziprokwerte dieser ganzen Zahlen erweitert man auf den kleinsten Satz ganzer Zahlen, die die gleichen Verhältnisse haben. Das sind dann die Millerschen Indizes. Man gibt sie in der Form (hkl) an.

2.3.2 Diamant- & Zinkblendegitter

Diamantgitter:

- wichtigstes Gitter der Halbleiterphysik

- Zwei ineinandergestellte kubisch flächenzentrierte Gitter ermöglichen Koordination mit 4 nächsten Nachbarn.
- Silizium und Germanium kristallisieren bei Raumtemperatur in Diamantstruktur.
- starke Bindung - harte Materialien

Zinkblendegitter: Diamantgitter, bei dem die Atome der Basis verschieden sind (z.B.: CdS, InAs, InSb, AlP, GaAs).

2.4 Bandstruktur spezieller Halbleiter

Erste Brillouinzone in 3D-Gitter: Figur, die durch erste Brillouinzone in jeder Richtung entsteht.

In Halbleitern von Diamant- und Zinkblendestruktur: Bandstruktur über 3 wichtigste Symmetrie-Punkte dargestellt:

Γ	Punkt höchster Symmetrie, im Zentrum
X	Richtung entlang der Würfelkante
L	Richtung entlang der Raumdiagonale

Ein Beispiel für die Darstellung von Bandstrukturen findet man in Abbildung 2.

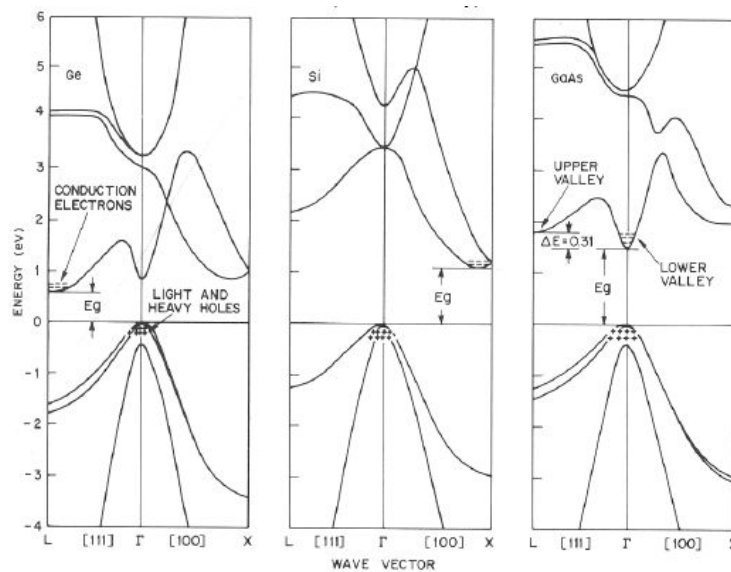


Abbildung 2: Bandstruktur von Si, Ge und GaAs (S. M. Sze, Wiley)

Dabei geht jedes Diagramm vom Γ -Punkt aus und stellt eine Art Kronig-Penney Modell in die gegebene Richtung dar. Man erkennt eine starke Zunahme der Bandabstände (E_G) mit abnehmendem Atomgewicht.

Im kubischen Gitter lässt sich der Bandverlauf in der Nähe der *Bandkanten* (E_C, E_V) näherungsweise so beschreiben:

$$E_{\text{Leitungsband}} = E_C + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*} \quad (49)$$

$$E_{\text{Valenzband}} = E_V + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p^*} \quad (50)$$

Liegt keine kubische Symmetrie vor, können die Massen in alle drei Richtungen verschieden sein und man erhält z.B.:

$$E_{\text{Leitungsband}} = E_C + \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m_{n1}^*} + \frac{\hbar^2 k_2^2}{2m_{n2}^*} + \frac{\hbar^2 k_3^2}{2m_{n3}^*} \quad (51)$$

Während im Valenzband alle Energiemaxima um den Wert $k = 0$ vereinigt sind, treten im Leitungsband Minima auch bei Werte $k \neq 0$ auf. Die verschiedenen *IV – IV-* und *III – V-*Halbleiter unterscheiden sich vor allem durch die energetische Lage dieser Minima.

Aus Gleichung 50 ergibt sich für die effektive Masse:

$$m^* = \hbar^2 \cdot \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1} \quad (52)$$

Je höher also die Bandkrümmung, desto kleiner die effektiven Massen und damit desto höher die Elektronenbeweglichkeit (und folglich auch die Leitfähigkeit).

3 Transporteffekte in Halbleitern

3.1 Analogie zum freien Teilchen

Ohne äußere Kräfte bleibt jedes Elektron in seinem Blochzustand. Zusammenhang zwischen äußerer Kraft und Beschleunigung des Teilchens über effektive Masse. Bei 3D wird die effektive Masse durch einen Tensor dargestellt:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_x \partial k_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial k_y \partial k_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_y^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_y \partial k_z} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial k_z \partial k_x} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_z \partial k_y} & \frac{\partial^2 E}{\partial k_z^2} \end{bmatrix} \quad (53)$$

Die effektive Masse ist also richtungs- und energieabhängig.

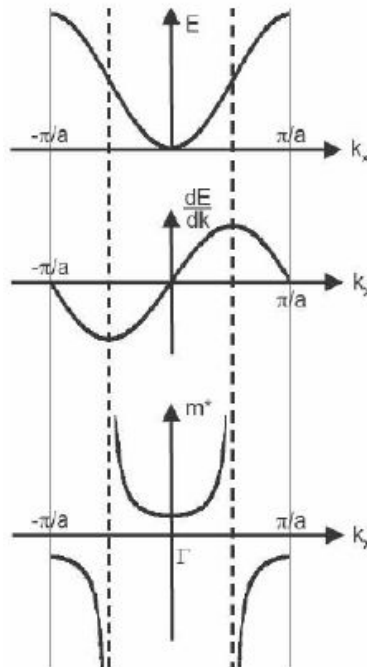


Abbildung 3: Bandverlauf, zugehörige Gruppengeschwindigkeit und effektive Masse

Wie man in Abbildung 3 sieht, ist eine sinnvolle Definition der effektiven Masse nur an den Bandrändern möglich (wo sie einigermaßen konstant bleibt). Dabei drückt das Vorzeichen der effektiven Masse nur die Richtung aus, in die sich das Elektron bei Anlegen eines Feldes bewegt (in Feldrichtung oder dagegen).

Wird ein konstantes elektrisches Feld an den Kristall gelegt, bewegen sich die Elektronen gleichmäßig im k -Raum entsprechend der Kraftgleichung. Diese Bewegung hält solange an, als das Elektron nicht durch Störungen des Gitters aus seiner Bahn geworfen wird. Bei der Bewegung durch die 1. Brillouinzone ändert sich die Geschwindigkeit des Elektrons und wird bei Erreichen des Zo-

nenrandes Null. Dabei beschreibt das Elektron im Ortsraum Oszillationen, die als *Blochoszillationen* bezeichnet werden.

3.2 Statistik der Elektronen und Löcher

Bisher sind wir davon ausgegangen, dass das Leitungsband schwach besetzt ist (Zahl der für Elektronen verfügbaren Zustände viel größer als Zahl der Leitungselektronen) \rightarrow Einschränkungen durch Pauli-Verbot nicht bemerkbar. Im Valenzband fast alle Zustände besetzt \rightarrow keine Transportvorgänge im Kristall, also auch kein elektrischer Strom.

Fehlt in einem sonst voll gefüllten Band ein Elektron, kann jedes andere Elektron des Bandes diese Lücke füllen. Jetzt ist also Stromtransport möglich. Die Lücke verhält sich dabei wie ein positives Teilchen und wird als *Loch* oder *Defektelektron* bezeichnet. Der Ladungstransport im fast vollständig ausgefüllten Valenzband kann als Bewegung solcher Löcher beschrieben werden.

Rekombination und Paarerzeugung Füllt ein Elektron ein Loch aus, verschwinden beide Ladungsträger und man spricht von *Rekombination eines Elektron-Loch-Paares*. Die Energiedifferenz zwischen der Energie des Elektrons und des leeren Zustandes wird dabei fast vollständig frei. Für den umgekehrten Vorgang, nämlich die *Paarerzeugung*, muss die Energiedifferenz zwischen Elektronenzustand im Leitungsband und Zustand des Loches im Valenzband zugeführt werden.

Halbleiter bei sehr tiefen Temperaturen: Valenzband voll, Leitungsband leer. Bei höherer Temperatur: Elektronen werden vom Valenz- ins Leitungsband gehoben (\rightarrow *thermische Paarerzeugung*). Dadurch entstehen gleiche Dichten von Leitungselektronen und Löchern, wobei die Dichte im thermodynamischen Gleichgewicht ausschließlich von der Temperatur abhängt (n_i ist die *intrinsische Dichte* oder *Eigenleitungsichte*, n ist die Elektronendichte und p die Löcherdichte):

$$p = n = n_i(T) \quad (54)$$

Diesen Zustand nennt man *Eigenleitung* (*intrinsic conductivity*). Pro Volumen- und Zeiteinheit muss exakt die gleiche Zahl von Paarerzeugungs- und Rekombinationsprozessen stattfinden.

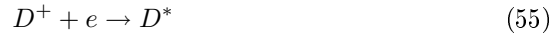
3.2.1 Störstellen

Ladungsträger können nicht nur thermisch, sondern auch durch den gezielten Einbau bestimmter Fremdatome (*Dotierung*) erzeugt werden. Dadurch kann man erreichen, dass überwiegend Elektronen / Löcher vorhanden sind. Man spricht dann von einem *n-Halbleiter* / *p-Halbleiter* und nennt ihn *extrinsisch*.

Dotierung erzeugt Energieniveaus im verbotenen Band:

Donatoren Fremdatom aus 5. Spalte im PSE (z.B. P, As oder Sb) erzeugt Energieniveau knapp unter der Unterkante E_C des Leitungsbandes (5. Valenzelektron nimmt nicht an der Bindung im Kristallgitter teil und kann daher durch geringe Energiezuführung ins Leitungsband gehoben werden). Durch Ablösen des Elektrons vom Dotieratom bleibt dort eine ortsfeste, positive Ladung zurück.

Bei sehr tiefen Temperaturen fällt das Elektron wieder zurück und der Donator wird wieder elektrisch neutral (\rightarrow *Ausfrieren der beweglichen Ladungsträger*):



Akzeptoren Fremdatom aus 3. Spalte im PSE (z.B. Bor) \rightarrow Valenzatom im Gitter fehlt \rightarrow wird durch anderes Atom aus Valenzband aufgefüllt \rightarrow Loch im Valenzband entsteht:



Dotierte Halbleiter allgemein

Dotierung mit	Bezeichnung	Majoritätsträger	Minoritätsträger
Akzeptoren	p-Halbleiter	Löcher	Elektronen
Donatoren	n-Halbleiter	Elektronen	Löcher

Energie für Ablösung eines Elektrons von einem Donator / Ablösung eines Defektelektrons von Akzeptor gering \rightarrow bei Raumtemperatur alle Störstellen ionisiert.

Dichte der Majoritätsträger durch Dichte der Dotieratome gegeben; Dichte der Minoritätsträger durch $p \cdot n = n_i^2$:

Dotierung	Majoritätsträger	Minoritätsträger
p-Halbleiter	$p = N_A$	$n = n_i^2/N_A$
n-Halbleiter	$n = N_D$	$p = n_i^2/N_D$

3.2.2 Ladungsträgerkonzentration im ungestörten, homogenen Halbleiter

Für zwei diskrete Energieniveaus E_1 und E_2 und ihre Besetzungszahlen n_1 und n_2 gilt nach der Maxwell-Boltzmann-Statistik:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\exp\left(-\frac{E_2}{kT}\right)}{\exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right)} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) \quad (57)$$

Besetzungswahrscheinlichkeit

Fermi-Dirac Statistik	$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$
Maxwell-Boltzmann Statistik	$f(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$

Die beiden Statistiken unterscheiden sich nur dadurch, dass die Fermi-Dirac Statistik das Pauli-Verbot erfüllt \rightarrow für große Zustandsdichte und wenige Teilchen verschwindet der Unterschied.

Fermi-Dirac Statistik Fermikante: Sprung bei E_F (bei tiefen Temperaturen). Bei höheren Temperaturen wird die Fermikante "aufgeweicht".

Die Fermifunktion ist symmetrisch um E_F .

Im verbotenen Band gibt es keine besetzbaren Zustände, auch wenn die Besetzungswahrscheinlichkeit formal ungleich Null ist.

Zustandsdichte $Z(E)$ Gibt die Zahl der verfügbaren Energieniveaus bei einer Energie E an.

Zahl der Zustände im Raum:

$$\begin{aligned} dN(dk_x, dk_y, dk_z) &= 2 \cdot \frac{\text{Volumen des } k\text{-Raumes}}{\text{Volumen einer Zelle des } k\text{-Raumes}} = \quad (58) \\ &= 2 \cdot \frac{dk_x \cdot dk_y \cdot dk_z}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} = \frac{2V \cdot 4\pi \cdot k^2 dk}{(2\pi)^3} \end{aligned}$$

Umrechnen in Abhängigkeit von der Energie liefert:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \Rightarrow k^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2} \cdot E \quad (59)$$

$$dE = \frac{\hbar^2}{m^*} k \cdot dk \quad (60)$$

$$dN(E) = \frac{2V}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{\hbar^3} (2m^*)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} \cdot dE \quad (61)$$

Damit ergibt sich mit der Definition der Zustandsdichte

$$Z(E) \cdot dE = \frac{dN(E)}{V} \quad (62)$$

die 3D-Zustandsdichte:

$$Z(E) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{\hbar^3} (2m^*)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} \quad (63)$$

Die Berechnung für 2D und 1D erfolgt analog.

Die Elektronen- / Löcherdichte ergibt sich nun folgendermaßen:

$$n = \int_{E_C}^{\infty} f(E) Z(E) dE \quad (64)$$

$$p = \int_{\infty}^{E_V} (1 - f(E)) Z(E) dE \quad (65)$$

Maxwell-Boltzmann Näherung Ist die Zahl der Ladungsträger gering genug (bei RT Trägerdichten $< 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, nennt man den Halbleiter *nicht entartet* und kann die einfachere Maxwell-Boltzmann Statistik verwenden. Die Elektronen- / Löcherdichte ergibt sich dann folgendermaßen:

$$n = \int_{E_C}^{\infty} f(E) Z(E) dE \approx N_C \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad (66)$$

$$p = \int_{\infty}^{E_V} (1 - f(E)) Z(E) dE \approx N_V \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) \quad (67)$$

$$\text{mit } N_C = \frac{2}{\hbar^3} (2\pi m_n^* kT)^{\frac{3}{2}} \text{ und } N_V = \frac{2}{\hbar^3} (2\pi m_p^* kT)^{\frac{3}{2}}$$

Dabei nennt man N_C und N_V *Bandgewichte*.

Fermi-Niveau Keine vorgegebene Konstante - stellt sich so ein, dass im homogenen Halbleiter Ladungsneutralität herrscht. Bei wachsender Dotierung mit Donatoren geht E_F gegen E_C , bei wachsender Akzeptoren-Dotierung geht E_F gegen E_V . Dadurch stimmt die Annäherung durch die Maxwell-Boltzmann Statistik immer weniger. Wird $N_D \gg N_C$, fällt das Fermi-Niveau in das Innere des Leitungsbandes - der Halbleiter ist *entartet*.

Eigenleitung Eigenleitungsdichte n_i nicht von der Dotierung, aber stark von der Temperatur abhängig:

$$n_i^2 = n \cdot p = N_C N_V \cdot \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad (68)$$

Um Temperatureinfluss so gering wie möglich zu halten: E_G so groß wie möglich machen!

n -Leiter	$n > n_i > p$
p -Leiter	$n < n_i < p$

3.2.3 Ladungsträgerkonzentration im dotierten, homogenen Halbleiter

Bei Dotierung $> n_i$ werden die Trägerdichten durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$n \cdot p = n_i^2 \quad (69)$$

$$\rho = e(p - n + N_D - N_A) = 0 \quad (70)$$

Es ergibt sich für den n -Leiter ($N_D > N_A$):

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2} \quad (71)$$

$$p = -\frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2} \quad (72)$$

Für $n_i \ll N_D - N_A$ gilt zwischen 150K und 350K folgende Näherung:

$$n = N_D - N_A \quad (73)$$

$$p = \frac{n_i^2}{N_D - N_A} \quad (74)$$

Im p -Halbleiter ($N_A > N_D$) ergeben sich die Gleichungen 71 und 72, wobei N_A und N_D vertauscht sind. Die Näherungsformeln lauten:

$$n = \frac{n_i^2}{N_A - N_D} \quad (75)$$

$$p = N_A - N_D \quad (76)$$

Ausfrieren Mit sinkender Temperatur nähert sich das Fermi-Niveau den Donator- bzw. Akzeptorniveaus. Dadurch wächst die Wahrscheinlichkeit, dass ein Donatoratom mit einem Leitungselektron bzw. ein Akzeptoratom mit einem Loch neutralisiert wird. Dadurch verschwinden die beweglichen Ladungsträger bei tieferen Temperaturen und der Halbleiter stellt einen guten Isolator dar (*Ausfrieren*).

Hohe Dotierung Störstellen räumlich sehr dicht \rightarrow Verschmelzen zu Störband. Noch dichter: Störband wird breiter und verschmilzt mit Leitungsband \rightarrow kein Ausfrieren mehr.

Abbildung 3.11

Thermodynamisches Gleichgewicht Liegt vor, wenn der Halbleiter die gleiche Temperatur hat wie seine Umgebung, von außen keine Spannungen angelegt werden und eventuelle frühere Störungen des Gleichgewichts bereits abgeklungen sind.

3.3 Rekombination und Paarerzeugung

Im thermischen Gleichgewicht stellen sich die Dichten der Ladungsträger auf ihre Gleichgewichtswerte ein. Unter Lichteinstrahlung (mit einer Frequenz $hf > E_C - E_V$) wird die Paarerzeugungsrate vergrößert ($G = G_{th} + G_L$) und es ergibt sich ein Ungleichgewicht: $n \cdot p > n_i^2$. Wird das Licht abgeschaltet, stellt sich wieder ein Gleichgewicht her.

Andere Möglichkeit, ein Ungleichgewicht zu erzeugen: Verwenden von gleichrichtenden Kontakten. Beim Anlegen einer äußeren Spannung werden Elektron-Loch-Paare aus dem Kontakt in den Halbleiter injiziert (Paarerzeugung).

Achtung: Ab hier nur mehr Notizen!

Stoßionisation In starkem elektrischen Feld nehmen Ladungsträger Energie aus Feld auf. Ist die kinetische Energie eines Elektrons größer als die Breite des verbotenen Energiebandes, kann das Elektron durch eine Art Stoß seine Energie an ein Valenzelektron abgeben und das Valenzelektron dadurch vom Valenzband ins Leitungsband heben. Ionisationskoeffizienten α_n , α_p geben die Zahl der erzeugten Elektron-Lochpaare pro Weglänge an.

Lebensdauer der Minoritätsträger (τ_L) Zeitkonstante für das Verschwinden eines Trägerüberschusses. Im direkten HL kleiner als im indirekten, weil optische Rekombinationsprozesse Lebensdauer herabsetzen. Energieabgabe bei Rekombination durch Phonon oder Photon.

Augerrekombination Bei hohen Überschussladungsträgerdichten dominant. Wechselwirkung zwischen drei verschiedenen Ladungsträgern (z.B. Elektron & Loch geben durch Rekombination Überschussenergie an 3. Ladungsträger ab).

3.4 Beweglichkeit und Feldstrom

3.4.1 Drude Modell

Reibungsterm (Streuung) in Kraftgleichung berücksichtigen, damit sich stationäre Leitfähigkeit einstellen kann:

$$\vec{F} = e \cdot \vec{E} = m^* \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m^* \vec{v}}{\tau} \quad (77)$$

Stationärer Fall:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{m^* \cdot \vec{v}}{\tau} = e \cdot \vec{E} \quad (78)$$

Mit den Definitionen für Stromdichte \vec{j} und Leitfähigkeit σ ergibt sich das Ohm'sche Gesetz:

$$\vec{j} = n \cdot e \cdot \vec{v} \quad (79)$$

$$\sigma = \frac{e^2 \cdot n \cdot \tau}{m^*} \quad (80)$$

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (81)$$

Die Leitfähigkeit lässt sich auch über die Beweglichkeit μ ausdrücken:

$$\mu = \frac{e \cdot \tau}{m^*} \quad (82)$$

$$\sigma = e \cdot n \cdot \mu \quad (83)$$

Setzt man diese Form in die Feldstromdichte für Elektronen bzw. Löcher ein, ergibt sich:

$$\vec{J}_n = e \cdot n \cdot \vec{v}_n \quad (84)$$

$$\vec{J}_p = e \cdot n \cdot \vec{v}_p \quad (85)$$

Für die gesamte Stromdichte ergibt sich somit

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p = e(n\mu_n + p\mu_p) \vec{E} \quad (86)$$

Der Proportionalitätsfaktor ist dabei die Leitfähigkeit:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \quad (87)$$

3.4.2 Boltzmann Gleichung

Störungen des idealen Kristalls \rightarrow Ladungsträger erleiden Stöße (*Streuprozesse*).

Störstellenstreuung Wechselwirkung mit statischen Störungen des Gitters, z.B. geladenen Donatoren oder Akzeptoren.

Boltzmanngleichung Ermöglicht es, Elektronentransport in Halbleitern zu berechnen:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{e}{\hbar} E \cdot \nabla_k f + v \cdot \nabla_r f = \left(\frac{df}{dt} \right)_{coll} \quad (88)$$

Dabei ist f die Verteilungsfunktion der Elektronen, ∇_k der Wellen- und ∇_r der Ortsvektor. Wellen- und Ortsvektor bilden gemeinsam den sechsdimensionalen Phasenraum. Der Term auf der rechten Seite beschreibt die abrupte Änderung der Verteilungsfunktion aufgrund von Streuprozessen.

Mit *Fermi's Goldener Regel* lässt sich die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen zwei Zuständen berechnen.

3.4.3 Streumechanismen

- **Ionisierte Störstellen-Streuung:** Streuung an Donator / Akzeptor
- **Phononenstreuung:** Elektron gibt Energie und Impuls an Gitter ab oder umgekehrt. Die Wechselwirkung kann mit akustischen oder optischen Phononen geschehen.

Driftgeschwindigkeit und Beweglichkeit Zusammenhang zwischen Driftgeschwindigkeit und Beweglichkeit:

$$v_n = -\mu_n E \quad (89)$$

$$v_p = +\mu_p E \quad (90)$$

Im Übergangsbereich zwischen verschiedenen Streumechanismen gilt die *Mathiessen-Regel*:

$$\frac{1}{\mu} = \sum_i \frac{1}{\mu_i} \quad (91)$$

Diese Formel bedeutet, dass sich die Streuraten der einzelnen Streuprozesse einfach addieren. Der Streumechanismus, der zur kleineren Beweglichkeit führt, dominiert.

Guneeffekt Bei hohen Feldern: Normal Sättigung der Driftgeschwindigkeit. Aber bei z.B. *n*-GaAs tritt bei hohen Feldern eine fallende Kennlinie auf \rightarrow negativer differentieller Widerstand.

3.4.4 Hall-Effekt

Ablenkung von Ladungsträgern im Magnetfeld:

$$\vec{F} = \pm e \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (92)$$

Auf Elektronen im *n*-HL bzw. Löcher im *p*-HL wirkt also eine Kraft nach unten \rightarrow Aufladung der Unterseite der Probe (positiv oder negativ), dadurch (positive oder negative) Hallspannung. Diese Hallspannung ergibt die Trägerdichte über

$$U_H = \frac{1}{en} \frac{IB}{Z} \quad (93)$$

Über Messung der Leitfähigkeit bekommt man auch die Beweglichkeit der Majoritäten.

3.4.5 Diffusionsstrom

Strom im HL setzt sich aus 2 Komponenten zusammen:

- Feldstrom (Ladungen bewegen sich durch elektrisches Feld mit Driftgeschwindigkeit)
- Diffusionsstrom (thermische Zitterbewegung, baut Dichteunterschiede ab)

Diffusionsstromdichte:

$$J_p = -eD_p \frac{dp}{dx} \quad (94)$$

$$J_n = +eD_n \frac{dn}{dx} \quad (95)$$

Einstein-Relation (U_T ...Temperaturspannung):

$$D_n = U_T \mu_n \quad (96)$$

$$D_p = U_T \mu_p \quad (97)$$

$$U_T = \frac{k_B T}{e} \quad (98)$$

Gesamtstrom ergibt sich also durch

$$J_p = ep\mu_p E - eD_p \frac{dp}{dx} \quad (99)$$

$$J_n = en\mu_n E + eD_n \frac{dn}{dx} \quad (100)$$

3.4.6 Kontinuitätsgleichungen

Änderung der Löcherdichte mit der Zeit:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{J_p(x) - J_p(x + \Delta x)}{\Delta x} + G - R \quad (101)$$

Man erhält die Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{e} \frac{\partial J_p}{\partial x} = G - R \quad (102)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{e} \frac{\partial J_n}{\partial x} = G - R \quad (103)$$

Poissongleichung:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (104)$$

Diffusionslänge L_p Gibt die räumliche Länge an, nach der eine Abweichung der Dichte abgeklungen ist (Abklingkonstante einer exp-Funktion).

3.4.7 Shockley-Haynes-Experiment

Durch einen kurzen Lichtblitz oder einen kurzen, in Durchlassrichtung gepolten, Impuls an eine injizierende Metallspitze werden an der Stelle $x = 0$ zusätzliche Trägerpaare erzeugt, die im angelegten Feld in Richtung auf eine in Sperrichtung gepolte Metallspitze driften. Die Minoritätsträger verhalten sich so, als ob sie nur das von außen angelegte Feld, jedoch nicht das durch ihre Raumladung verursachte Feld sehen. Grund: Der Majoritätsstrom stellt sich stets so ein, dass nahezu Neutralität herrscht. Die Majoritätsträger schirmen die Minoritätsträger gegeneinander ab.

Dielektrische Relaxationszeit (τ_d) Gibt an, wie schnell Störungen der Raumladung abklingen.

$$\tau_d = \frac{\varepsilon}{\sigma} \quad (105)$$

2 Fälle:

1. *Lebensdauer viel länger als dielektrische Relaxationszeit (Lebensdauerfall $\tau_L \gg \tau_d$ / Rekombinationsfall)*

Kaum nennenswerte Abweichungen von der Ladungsneutralität, Störungen der Minoritätsträger bleiben aber viel länger vorhanden (\rightarrow *Quasi-neutralität*).

2. *Relaxationsfall*

Es gibt stabile Störungen der Raumladung, während die Lebensdauer so kurz ist, dass keine wesentliche Störung der Trägerdichte auftreten kann. Verwendung als hochohmiges Substrat.

4 Optische Eigenschaften von Halbleitern

Grundlage der Wechselwirkung:

$$\hbar\omega = \Delta E \quad (106)$$

Übergänge von Elektronen

<i>Interbandübergänge</i>	Übergänge zwischen zwei verschiedenen Bändern
<i>Intrabandübergänge</i>	Übergänge zwischen verschiedenen Energieniveaus innerhalb eines Bandes

4.1 Elektron-Photon Wechselwirkung

Kann auf 3 Arten erfolgen:

1. *Absorption*
Photon mit der richtigen Energie hebt Elektron von niederenergetischen in höherenergetischen Zustand.
2. *Spontane Emission*
Elektron in angeregtem Zustand emittiert spontan ein Photon. Das Elektron fällt dabei vom höherenergetischen in den niederenergetischen Zustand. Grundlage der LED.
3. *Stimulierte Emission*
Photon trifft auf angeregtes System und erzeugt ein zweites Photon (Lichtverstärkung). Elektron fällt dabei vom höherenergetischen in den niederenergetischen Zustand. Grundlage des Lasers.

4.1.1 Optische Übergänge im Zwei-Niveau-System

Wechselwirkung zwischen elektromagnetischem Feld und Elektronen. Übergangswahrscheinlichkeit von einem auf den anderen Zustand wird über *Goldene Regel von Fermi* berechnet. Dabei sind beide Prozesse (Absorption und stimulierte Emission) gleich wahrscheinlich und schließen einander aus. Welcher Prozess überwiegt, hängt davon ab, ob der höherenergetische oder der niederenergetische Zustand stärker besetzt ist. Beim Laser schafft man es durch *Pumpen*, die höherenergetischen Zustände stärker zu besetzen als die niederenergetischen (Inversion).

4.2 Optische Übergänge in Halbleitern

Einteilung in

- *Direkte Halbleiter*: Maximum des Valenzbandes energetisch genau unter dem Minimum des Leitungsbandes.
- *Indirekte Halbleiter*: Maximum des Valenzbandes bei anderem k -Wert als Minimum des Leitungsbandes.

Photonenimpuls vernachlässigbar klein gegen Kristallimpuls $\hbar k$ des Elektrons \rightarrow optischer Übergang im $E(k)$ -Diagramm immer vertikal. Im indirekten Halbleiter muss daher noch eine Gitterschwingung eingebracht / aufgenommen werden.

Störstellenabsorption Optischer Übergang von Störstellen-Niveaus ins Leitungs- bzw. Valenzband.

Reststrahlenabsorption Langwellige Photonen geben ihre Energie direkt an das Gitter ab (Erzeugung von Phononen).

4.2.1 Interbandübergänge

Direkte Übergänge Bei Injektion von Elektronen in den HL: Effektiver Übergang der Elektronen vom Leitungs- ins Valenzband, dabei Emission von Photonen.

Kombinierte Zustandsdichte: Dichte der Zustände, für die es bei der Photonenergie $\hbar\omega$ einen passenden Zielzustand im Leitungsband gibt:

$$Z_j(\omega) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{(2m_r)^{3/2}}{\hbar^2} \sqrt{\hbar\omega - E_G} \quad (107)$$

Absorptions- und Emissionsraten: Übergang findet nur statt, wenn der Ausgangszustand besetzt und der Zielzustand frei ist:

$$f_{abs} = f_v(E_1) [1 - f_c(E_2)] \quad (108)$$

$$f_{em} = f_c(E_2) [1 - f_v(E_1)] \quad (109)$$

Damit ergibt sich als Netto-Übergangsrate für die Absorption:

$$f_{abs} - f_{em} = f_v(E_1) - f_c(E_2) \quad (110)$$

Absorptionskoeffizient Ergibt sich durch Multiplikation mit Übergangsquerschnitt σ :

$$\alpha(\omega) = \sigma(\omega) \cdot Z_j(\omega) \cdot (f_{abs} - f_{em}) \quad (111)$$

Stimulierte Emission, Verstärkerbedingung Im thermodynamischen Gleichgewicht: $(f_{abs} - f_{em}) > 0 \Rightarrow$ immer Absorption. Bei Anregung kann er negativ werden \Rightarrow stimulierte Emission. Bedingung dafür:

$$E_{Fc} - E_{Fv} > E_G \quad (112)$$

Das wird z.B. dadurch erreicht, dass man durch Ladungsträgerinjektion die Fermi-Niveaus in die Bänder hinein verschiebt.

Spontane Emission Spontane Emissionsrate:

$$r_{sp}(\omega) = \sigma_{sp}(\omega) \cdot Z_j(\omega) \cdot f_c(E_2) [1 - f_v(E_1)] \quad (113)$$

Indirekte Übergänge Zusätzlicher Impulsübertrag notwendig. Übergang (weit uneffektiver als direkter) erfolgt in zwei Stufen:

1. Direkter Übergang des Elektrons aus dem Valenzband ins Leitungsband unter Absorption eines Photons
2. Absorption / Emission innerhalb des Bandes, um zum Zielpunkt des Übergangs zu kommen.

Gegensatz zu direkten Übergängen: Jeder Zustand im Leitungsband kann erreicht werden.

4.2.2 Intrabandübergänge

Auch hier muss Impulserhaltung gelten. Optischer Übergang daher nur mit Streuung möglich. Einfaches Modell für Absorption freier Elektronen:

Drude-Modell Man geht von frei bewegliche Elektronen / Löcher mit effektiver Masse m^* aus und stellt wieder die Kraftgleichung für Elektronen mit Reibungsterm auf. Diesmal nimmt das elektrische Feld nicht als konstant, sondern als oszillierend an (da Licht eine oszillierende Feldstärke hat).

4.2.3 Exzitonen

Photogeneriertes Elektron und Loch bilden ein Elektron-Loch-Paar. Die Coulomb-Wechselwirkung führt zu einem wasserstoffähnlichen Paar - dem Exziton. Exzitonische Absorption führt zu Übergängen bei

$$E_{ex} = E_G - E_n \quad (114)$$

5 Halbleiterdioden

5.1 Wirkungsweise des pn -Überganges

5.1.1 Der nn^+ -Übergang

Liegt keine äußere Spannung an, wird der Stromfluss durch ein elektrisches Feld gestoppt. Dadurch ergibt sich:

$$J_n = e\mu_n n E + e D_n \frac{dn}{dx} = 0 \Rightarrow E = \frac{U_T}{n} \cdot \frac{dn}{dx} \quad (115)$$

Eingesetzt in die Formel für die Potentialdifferenz erhält man:

$$\varphi - \varphi_1 = - \int_{x_1}^x E dx = U_T \int_{x_1}^x \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} dx = U_T \int_{n_1}^n \frac{1}{n} dn = U_T \ln \frac{n}{n_1} \quad (116)$$

5.1.2 Der pn -Übergang

Auch hier gilt Gleichung 116. Durch Einsetzen ergibt sich:

$$n = n_2 \quad (117)$$

$$p = n_1 \quad (118)$$

$$U_D = \varphi_2 - \varphi_1 = U_T \cdot \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \quad (119)$$

5.1.3 Flussbetrieb

Beim Anlegen einer Flussspannung werden Löcher auf die n -Seite und Elektronen auf die p -Seite getrieben. Was genau passiert: Äußere Spannung U kann wegen der hohen Ladungsträgerdichte in den neutralen Zonen nur in der Raumladungszone abfallen. Sie verringert dort die Diffusionsspannung von U_D auf $U_D - U$. Die rücktreibende Feldstärke wird damit verringert und die RLZ mit beweglichen Ladungsträgern in Folge zugeschüttet - die Diode leitet.

5.1.4 Sperrbetrieb

Elektronen und Löcher fließen von der pn -Grenze weg \rightarrow RLZ wird größer, Potentialdifferenz steigt von U_D auf $U_D + |U|$. Da in der RLZ keine beweglichen Ladungsträger vorhanden sind, wird der gesamte Sperrstrom nur durch thermische Paarerzeugung in der Raumladungszone und in den Diffusionszonen gespeist. Er ist stark temperaturabhängig und wächst mit der Breite der RLZ.

5.2 Raumladungszone und Sperrschichtkapazität

5.2.1 Raumladungszone des abrupten pn -Überganges

Annahme: RLZ bei $x = -d_p$ und $x = +d_n$ scharf begrenzt. Da elektrische Feldstärke zu beiden Seiten der RLZ auf Null abklingt, muss die gesamte Ladung in der RLZ verschwinden:

$$Q_p + Q_n = -e N_A d_p A + e N_D d_n A = 0 \quad (120)$$

Damit ergibt sich

$$N_A d_p = N_D d_n \quad (121)$$

Herleitung von d_n , d_p und E_{max} mit und ohne anliegender äußerer Spannung fehlt noch!

$$\frac{1}{N_0} = \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \quad (122)$$

Für die gesamte RLZ gilt:

$$d = d_n + d_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon U_D}{eN_0}} \quad (123)$$

5.2.2 Sperrschichtkapazität

Herleitung der Sperrschichtkapazität über Formel für Plattenkondensator fehlt noch!

5.3 Kennlinie der pn -Diode

Berechnung des Diodenstromes in zwei Schritten:

1. Elektronenkonzentration am p -seitigen Rand der RLZ bzw. Löcherkonzentration am n -seitigen Rand der RLZ berechnen.
2. Diffusion der Elektronen im neutralen p -Gebiet / der Löcher im neutralen n -Gebiet behandeln.

Durch Berechnung ergibt sich (I_s ... Sperrstrom):

$$I = I_s \cdot \left[\exp\left(\frac{U}{U_T} - 1\right) \right] \quad (124)$$

$$I_s = J_s \cdot A = e n_i^2 A \left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right) \quad (125)$$

5.3.1 Die reale Diodenkennlinie

Abweichungen zur idealen Kennlinie:

- Nichtvernachlässigbare Rekombination in der RLZ bei kleinen Strömen
- Abflachung durch Effekte hoher Injektion
- Zuleitungswiderstände \rightarrow Abflachung

5.3.2 Die kurze Diode

Ausdehnung der neutralen p - und n -Gebiete (l_p und l_n) klein gegen Diffusionslängen (L_p und L_n). Für die Minoritätendichte ergibt sich ein *Diffusionsdreieck*.

5.3.3 Temperaturabhängigkeit der Diodenkennlinie

Starke Temperaturabhängigkeit in der Diodengleichung (124) durch n_i^2 :

$$n_i^2 \propto \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right) \quad (126)$$

5.4 Durchbruch von pn -Dioden

Durchbruchspannung:

$$U_B^* \approx \frac{\varepsilon E_{max}^2}{2eN_0} \quad (127)$$

Ursachen für einen Durchbruch:

- *Stoßionisation (Lawinendurchbruch)*
- *Zener-Effekt*
Bandverbiegung: Durch Sperrspannung vergrößert sich der Anstieg der Bandkanten und Elektronen können von Valenz- ins Leitungsband durch-tunneln \rightarrow Anstieg der Ladungsträgerdichten.
- *Thermischer Durchbruch*
Mit wachsender Sperrschichttemperatur steigt Sperrstrom \rightarrow weitere Er-wärmung \rightarrow Aufschaukeln

5.5 Herstellung und Arten von pn -Dioden

Herstellungsverfahren:

- Legierungstechnik
- Planartechnik
- Ionenimplantation

5.5.1 Schottky-Diode

Fehlt noch!

5.5.2 Tunnel- und Rückwärtsdiode

pn -Diode, die auf beiden Seiten so stark dotiert ist, dass Entartung herrscht \rightarrow Fermi-Niveau im Inneren von Valenz- bzw. Leitungsband. Erklärung der Kennlinie (Abb. 5.26d): Bei $U = 0$ (Abb. 5.26a) gibt es ein gemeinsames Fermi-Niveau und Tunneln ist nicht möglich, weil sich nirgends besetzte und unbesetzte Zustände gegenüber stehen. Bei $U > 0$ (Abb. 5.26b) verschiebt die Bänder gegeneinander und nun können Elektronen des Leitungsbandes in die leeren Zustände am oberen Ende des Valenzbandes tunneln. Das funktioniert mit zunehmender Flussspannung aber schlechter, weil irgendwann dem Leitungsband des n -Bereichs das verbotene Band des p -Bereichs gegenübersteht \rightarrow lokales Minimum in Kennlinie. Wird die Spannung noch weiter erhöht, setzt der normale Diffusionsstrom ein und es geht wieder aufwärts. Bei Sperrpolung (Abb. 5.26c) können Elektronen vom Valenzband der p -Seite in die freien Zustände des Leitungsbandes der n -Seite tunneln.

Bei etwas schwächerer Dotierung verschwindet das Strommaximum und der fallende Ast auf der Flussseite, aber der steile Anstieg in Sperrichtung bleibt \rightarrow *Rückwärtsdiode* (Backward-Diode), der zur Gleichrichtung schwacher Signale verwendet werden kann.

5.5.3 Halbleiter-Heterostrukturen

Aufwachsen eines Halbleiters A auf einen Halbleiter B . A und B haben i.a. unterschiedliche Gitterkonstanten und somit unterschiedliche Bandabstände.

An der Grenze zwischen den Materialien entsteht eine Barriere, die den Elektronen- bzw. Löcherfluss behindert; d.h. auch ohne unterschiedliche Dotierung hat man eine gleichrichtende Wirkung \rightarrow *Heterodiode*

6 Transistoren

6.1 Bipolar-Transistoren

npn-Transistor: Stark *n*-dotierte Emitterzone, dünne *p*-dotierte Basiszone mit der Breite W , *n*-dotierte Kollektorzone. Beim *pn**p*-Transistor: *n*- und *p*-Dotierung vertauscht.

6.1.1 Wirkungsweise des Bipolar-Transistors im aktiven Betrieb

Aktiver Betrieb (Verstärkerbetrieb, Normalbetrieb): BE-Diode in Flussrichtung, BC-Diode in Sperrrichtung. BE-Übergang injiziert Elektronen vom *n*- ins *p*-Gebiet und Löcher vom *p*- ins *n*-Gebiet. Elektronen diffundieren durch die kurze Basis und werden durch das Feld des in Sperrrichtung gepolten BC-Überganges abgesaugt. Diffusionsdreieck in der Basis (wie bei kurzer Diode). Kollektorstrom hängt von der Steilheit des Diffusionsdreiecks ab:

$$I_C = eD_n \left. \frac{\partial n}{\partial x} \right|_A = \frac{eD_n n_p}{W} A \quad (128)$$

U_{BE} steuert n_p am basisseitigen RLZ-Rand und somit I_C . I_C hängt nur sehr wenig von U_{CB} ab (*Early-Effekt*): Höheres U_{CB} bewirkt wachsende RLZ zwischen *C* und *B* → Diffusionsdreieck steiler → I_C größer. Bei sehr großem U_{CB} frisst die RLZ die gesamte Basis auf (*Punch-through-Effekt*).

6.1.2 Bipolar-Transistor: Basisstrom

Stromverstärkung:

$$B = \frac{I_C}{I_B} \quad (129)$$

6.1.3 Dotierungsprofil des Bipolar-Transistors

Erklärungen zu Abb. 4:

- Hohe Dotierung am emitterseitigen Rand der Basis verringert Basiswiderstand.
- Geringe Kollektordotierung erzeugt große BC-RLZ → hohe Durchbruchspannung, kleine Sperrschichtkapazität.
- Stark dotierter Buried Layer dient zur Verringerung des Kollektorbahnwiderstandes.

6.1.4 Betriebsfälle des Bipolar-Transistors

- *Aktiver Bereich*
- *Inverser Bereich*
Rolle von Kollektor und Emitter vertauscht.
- *Übersteuerungsbereich*
BE- und BC-Diode in Flussrichtung. U_{CE} klein, I_B groß.
- *Sperrbereich*
Beide Dioden sperren.

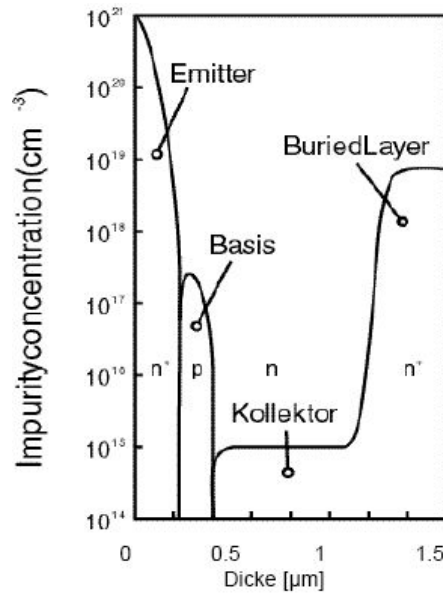


Abbildung 4: Dotierungsprofil eines Bipolartransistors

6.1.5 Kennlinien des Bipolar-Transistors

Steuerkennlinien

$$I_C = I_s \left[\exp\left(\frac{U_{BE}}{U_T}\right) - \left(\frac{U_{BC}}{U_T}\right) \right] \quad (130)$$

6.2 Feldeffekt-Transistoren

6.2.1 Sperrschicht-FET

n-Kanal-Sperrschicht-FET: *n*-leitender Kanal, durch den Elektronen von Source nach Drain fließen können, wenn $U_{DS} > 0$ ist. Die steuernde Gate-Elektrode ist leitend mit einer *p*-dotierten Zone verbunden, die durch eine Sperrschicht vom Kanal getrennt ist. Wegen

$$U_{GD} = U_{GS} - U_{DS} \quad (131)$$

$$U_{GS} \leq 0 \quad (132)$$

muss gelten:

$$|U_{GD}| > |U_{GS}| \quad (133)$$

Bei *D* liegt also eine größere Sperrspannung zwischen Gate und Kanal als bei *S* → RLZ bei *D* weiter in den Kanal hinein als bei *S*.

Wird U_{DS} bei konstantem U_{GS} vergrößert, steigt der Strom zunächst annähernd linear an (*ohmscher Bereich*). Mit wachsendem U_{DS} wird der Kanal schmaler und der Stromanstieg immer geringer, bis der leitende Kanal schließlich durch das Zusammenwachsen der RLZ abgeschnürt ist. Hier ändert sich der Strom bei Erhöhen von U_{DSS} nur mehr wenig (*Stromquellenbereich*).

Temperaturabhängigkeit Über die Beweglichkeit ist der FET temperaturabhängig:

$$\mu \propto T^{-2} \quad (134)$$

Dadurch ist der FET thermisch selbststabilisierend.

Vorteile des FET

- Sehr kleiner Gatestrom bei Gleichspannung.
- Im Schalterbetrieb müssen keine Speicherladungen abgeführt werden.
- Schwellspannung kann in weiteren Grenzen bei der Herstellung eingestellt werden.
- Geringes Rauschen.
- Unempfindlicher gegen Strahlungsschäden
- Schwächere Temperaturabhängigkeit.

Vorteile des Bipolartransistors

- Sehr große Steilheit
- Hohe Grenzfrequenzen
- Kleinere Exemplarstreuungen bei der Steuerkennlinie