

Kennnummer: Matrikelnummer:	Familienname: Vorname:
--------------------------------	---------------------------

1:	Summe:
2:	
3:	Note:
4:	

Bemerkungen:

- 1) **Bitte keine zusätzlichen Blätter abgeben! Diese würden beim Korrigieren nicht berücksichtigt werden.**
- 2) **Unterlagen sind nicht erlaubt.**
- 3) **Taschenrechner mit einzeiligem Display (keine Graphik) sind erlaubt.**
- 4) Bei jedem der vier Beispiele können 10 Punkte erreicht werden.
- 4) Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden.
- 5) Berechnungen und Ergebnisse müssen nachvollziehbar sein. Besser zu viel als zuwenig hinschreiben.

1. Man löse das Anfangswertproblem

$$y'' + 6y' + 13y = \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Wie verhält sich die Lösung für $x \rightarrow \infty$?

2. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & -2 \\ 3 & 0 & 0 & -9 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie:

- a) Das charakteristische Polynom und daraus die Eigenwerte von A .
- b) Die dazugehörigen Eigenvektoren.
- c) Die algebraischen und geometrischen Vielfachheiten.
- d) Ist A diagonalisierbar ?

3. Es sei

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + 12xy.$$

- a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graph von f im Punkt $(0, 1)$.
- b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom vom Grad 2 von f bei Entwicklung um den Punkt $(0, 1)$.
- c) Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion f und entscheiden Sie, ob es sich um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.

4. Es sei B der durch die Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

berandete beschränkte Bereich.

- a) Skizzieren Sie die Ellipse und den Bereich B .
- b) Berechnen Sie den Normalvektor und den Tangentialvektor an die Ellipse in einem beliebigen Punkt (x_0, y_0) der Ellipse.
- c) Berechnen Sie das Integral

$$\int_B (1 + xy) d(x, y)$$

mittels Transformation auf Ellipsenkoordinaten: $x = ar \cos \varphi$, $y = br \sin \varphi$.