28.6.2006

1. Anfangswertaufgabe y´´-6y´+13=sinx y(0)=1 y´(0)=0[Bedingungen ohne Gewähr]
   -> die homogene Lösung kommt komplex raus usw.
2. Matrix geg.
   a) Eigenwerte
   b) Eigenvektoren
   c) alg. und geo. Vielfachheiten
   d) ist A diagonalisierbar?
3. Finden Sie Maximum und Minimum von f(x,y)=3x^2+2xy+3y^2x[Funktion ohne Gewähr] auf Kreisscheibe x^2+y^2<=1. Hinweis: Extremwerte können auch am Rande der Kreisscheibe vorkommen.
4. Skizzieren Sie die Projektion des Körpers in der x,y Ebene:
   -1+x<=y<=1+x, 1<=xy<=2, x>0, y>0, 0<=z<=x+y
   und Berechnen Sie durch Integrieren das Volumen.[Begrenzungen ohne Gewähr]

11.10.2006

1. DGL, AWP
   y' + (1/x) * y = e ^ (-x)
   y(1) = 2
2. 4x4 Matrix A=
   1 1 0 1
   0 2 0 0
   -1 1 2 1
   -1 1 0 3
   ges.: char. Polynom, Eigenwerte, -vektoren, alg./geom. Vielfachheiten
3. f(x, y) = x^4 - x^2 - 2xy + y^2
   ges.: stationäre Punkte von f + deren Typen (Max, Min, SP)
   Taylorpolynom 2. Grades um (1, 0)
4. f(x, y) = (x+y) /[1 + (x-y)^2]
   B ist der Bereich, der von den Geraden
   x + y = 1, x + y = -1, x - y = 1, x - y = -1 begrenzt wird.
   ges.: Integral von f über den Bereich B, indem man
   u(x, y) = x + y, v(x, y) = x - y
   substituiert.

22.11.06

1. Differentialgleichung lösen: x" + x' -6x = sint +t*e^(-2t)
2. Matrix
   (2 1 1)
   (1 2 1)
   (1 1 2)
   gesucht Eigenwerte, Algebraisch & Geom Vielfachheiten, Eigenbasis falls existent
3. Extremwertaufgabe mit Nebenbedingung.
   Der Text ging so ähnlich:
   gegeben ist eine Ebene, die durch die Gleichung .... entsteht. Gesucht ist der Punkt auf der vorher genannten Ebene, der am weitesten zu der Ebene z=0 entfernt ist.

   Hört sich komisch an ist aber nicht so schwer.
   Die durch .... bezeichnete Gleichung ist unsere Nebenbedingung, fi(x,y,z)=0 ,
   Jetzt braucht man nur mehr die Funktion f um

grad f + lamda *grad fi =0 bilden zu können.
Da z maximal werden soll ist f=|x| Tipp vom Aufpasser

Die Gleichung war ur komisch lang, ich kann mich nur wage erinnern so was wie:
2x^2+3y^2+2z^2+2xz-6=0
Bei den konstanten vor den Termen bin ich mir nicht sicher, aber sonst dürfte sie stimmen.

4. Integral von einem Volumen
   Skizziere den Bereich und berechne das Volumen:
   Der Bereich wird begrenzt von den folgenden Ebenen:
   x=-1, x=2, z=4-y^2, z=y^2+2
   Wenn mans Aufzeichnet(y,z Ebene) sieht man, dass y von -1 bis +1 integriert werden muss.
   Die Lösung ist scheinbar V=8

24.01.07

1. Gegeben ist die Differentialgleichung (mit homogenen Variablen!)
   $y' = y^2/x^2-2$

   a) Bestimmen Sie, ob die Differentialgleichung Lösungen der Form y=cx besitzt.
   b)Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.
2. Gegeben sei die Matrix
   A=| 1 -2 |
   | -2 1 |
   a) Bestimm Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren von A.
   b) Zeigen Sie, dass die Eigenvektoren eine Orthogonalbasis bilden.
   c) Führen Sie für die quadratische Form $q(x) = x^2\_1 -4*x\_1*x\_2 +x^2\_2$; x element $|R^2$ die Hauptachsentransformation aus.
   d)Untersuchen Sie die Definitheit von A bzw. q(x).
3. Es sei B der durch die Ellipse: $x^2/a^2+y^2/b^2 = 1$ berandete beschränkten Bereich.
   a) Skizzieren Sie die Ellipse und den Bereich B
   b) Berechnen Sie den Normalvekor und den Tangentialvektor
   in einem beliebeigen Punkt (x_0, y_0) der Ellipse
   c)Berechnen Sie das Integral
   int(x*y d(x,y))
   mittels Transformation auf Ellipsenkoordinaten x= a*r*cos(phi) y= b*r*sin(phi)
4. Es sei B der durch die Ebene x=o ; y=0 ; z=3-2x-y berandete beschränkte abgeschlossene Bereich
   a) Skizzierne Sie B
   b) Sei f(x,y,z)=x*y*z Bestimmen Sie
   min f(x,y,z) (x,y,z element B) ; max f(x,y,z) (x,y,z element B)

07.03.2007

1. Gesucht war die Lösung der Diff. Glg.
   x'' + 4x' + 3x = t^2 + e^-t
2. Matrix
   (1 2 0)
   (2 1 0) = A
   (0 0 3)
   *)Eigenwerte, Eigenvektoren
   *)Bilden Eigenvektoren eine Orthogonalbasis
   *)Kern der Matrix A

*)Inverse Matrix

3. $f(x,y) = x^3 + y^3 + 6*x*y$
   *) Bestimmung der lokalen Extremwerte + Typ
   *) Tangentialebene an Punkt (0,1)
   *) Gleichung $f(x,y) = 0$ bildet Kurve in Ebene. Gesucht ist die Tangentialgleichung in Punkt (-3 , -3)
4. Integral über B von $3*x*y^2 + 5x^2$
   $B= \{ (x,y): 1 <= x^2 + y^2 <= 4 \}$

10.10.2007

1. Anfangswertproblem:
   $y''+6y'-13y=\sin(2t)$ $y(0)=0$, $y'(0)=1$

   dann war noch zu zeigen, dass mit t -> unendlich y(a) abnimmt
2. Raum U e R^4 mit $u1=(1,1,0,0)$
   $u2=(1,-1,1,1)$
   $u3=(-1,0,2,-1)$
   gefragt war eine Orthonormalbasis!
   dann war noch ein Vektor $v=(2,1,0,1)$ gegeben welcher orthogonal zum Raum U sein sollte
3. $x^2 + y^2 <= 9$, $x>=1$, $x+y>=3$

   i) Bereich B skizzieren
   ii) für $f(x,y)=x+y+1$ Maximum und minimum für den Bereich b bestimmen
   iii) Doppelintegral f(x,y) dxdy
   Doppelintegral f(x,y) dydx bestimmen. (beide integrale)
4. $x^2+yz+z^3x=3$
   i) für welche Punkte P(1,1,z) ist das erfüllt
   ii) gibt es singuläre Punkte
   iii) ist die Gleichung in einer Umgebung P nach z=z(x,y) auflösbar? Berrechnen von zxx(1,1) (also 2mal
   nach x ableiten íst gemeint) durch implizites differenzieren

23.01.2008

1. 1 1 0
   0 1 0
   0 1 1

   ges: inverse, eigenwert, geom. alg. vielfachheiten.
2. a) tangentialebene im R3 in P(1,0,1) von $x^2+e^y-z^3=1$
   b) taylorpolynom 3. grades von $(x-y)e^{(xy-z)}$ in P(0,0,0)
   hinweis: e-funktion in taylorreihe entwickeln.
3. extremwerte:
   $f=x^2+y$ nebenbed.: $x^2+y^2=1$
4. bereichsintegrale auf konvergenz prüfen und ggf. grenzwert berechnen.

   bint(1/(x^2+y^2+1) und bint(1/(x^2+y^2+1)^(3/2)

1. a) (4 Punkte) Berechnen Sie näherungsweise und ohne Verwendung des Taschenrechners die reelle Zahl

$$2.02^{3.01},$$

indem Sie

$$f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x,y) = x^y$$

im Punkt $(x_0, y_0) = (2,3)$ linear approximieren. Verwenden Sie dabei $\ln(2) \approx 0.7$.

b) (6 Punkte) Bestimmen Sie das Minimum und das Maximum der Funktion $f(x,y) = x^y$ auf dem Dreieck Δ mit den Eckpunkten $A = (1,1)$, $B = (2,1)$ und $C = (2,3)$.

2. (10 Punkte) Bestimmen Sie die Matrix A so, dass die lineare Abbildung

$$\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad \varphi(x) = Ax$$

die Eigenwerte und Eigenvektoren $\lambda_1 = 2$, $v_1 = (1,1)^T$ und $\lambda_2 = -1$, $v_2 = (-2,1)^T$ hat.

Bestimmen und skizzieren Sie das Bild des Rechtecks R mit den Eckpunkten $(0,0), (1,0), (1,1), (0,1)$ unter der Abbildung φ.

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von A^{-1}.

3. a) (5 Punkte) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = 3x - 2y + 5, \quad y(1) = 2.$$

b) (5 Punkte) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' = 3x - 2y + 5.$$

4. (10 Punkte) Man berechne mittels Integration das Volumen des Körpers im $\mathbb{R}^3$, der durch die Koordinatenebenen, die Ebene $x + y + 1 = 0$ und die Fläche $z = x^2 + y^2$ begrenzt wird.

Hinweis: eine Skizze ist nützlich!