

Prüfung Mathematik 2 f. ET

101.135

Szmolyan 24.06.2011

1. Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie das charakteristische Polynom.
- Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix A, sowie die zugehörigen algebraischen und geometrischen Vielfachheiten.
- Geben Sie die Koordinatentransformation an, die die Matrix diagonalisiert.
- Ist die Matrix invertierbar?

2. Es sei $\varphi_1: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ die lineare Abbildung, die einer Spiegelung an der Ebene $x_1 - x_2 = 0$ entspricht. Es sei $\varphi_2: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ die lineare Abbildung die einer Drehung um 30° um die Achse mit dem Richtungsvektor $(1, 0, 0)^T$ entspricht.

- Geben Sie die Matrix der Abbildung φ_1 und φ_2 an. Das heißt, bestimmen Sie die Matrizen A und B, sodass gilt:

$$\varphi_1(\vec{x}) = A\vec{x}, \quad \varphi_2(\vec{x}) = B\vec{x}$$

- Bestimmen Sie die Matrix der Abbildung $\varphi := \varphi_2 \circ \varphi_1$
- Bestimmen Sie die Matrix der Abbildung φ^{-1}

3. Bestimmen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y) = x^4 - x^2 - 2xy + y^2$$

und bestimmen sie deren Typ (Minima, Maxima und Sattelpunkt). Bestimmen Sie das Taylorpolynom vom Grad 2 von f bei Entwicklung um die Stelle $(x_0, y_0) = (-1, 1)$

4. Gegeben ist die Differentialgleichung

$$t^2 x'' + 2t x' - 2x = 3t$$

- Benützen Sie den Ansatz $x(t) = t^\alpha$ zur Bestimmung des Fundamentalsystems. Die lineare Unabhängigkeit der beiden Funktionen ist nachzuweisen.
- Benützen Sie die Methode der Variation der Konstanten zum Bestimmen einer Partikulärlösung
- Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an.