# Mathematik 2 f. ET

**(StPl 2000)**

**~~11. Dezember~~ 2002**

30. JÄNNER 2003

**1.** Für welche Werte von $\alpha$ ist die quadratische Form

$$Q = x^2 + \alpha y^2 + 10z^2 + 2xy + 6xz + 10yz$$

positiv definit?

**2.** Sei $z = f(x, y)$. Man rechne den Differentialausdruck

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

auf die Variablen $\xi = x + y$, $\eta = x - y$ um.

**3.** Sei $X$ eine Zufallsgröße mit der Dichte $f_X(x)$, $Y$ eine von $X$ unabhängige Zufallsgröße mit der Dichte $f_Y(y)$. Was ist die Dichte der zweidimensionalen Zufallsgröße $(X, Y)$ und was ist die Dichte der Zufallsgröße $Z = X + Y$?

**4.** Sei $y_j = f_j(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $j = 1, 2, \ldots, m$, eine Funktion in $n$ unabhängigen und $m$ abhängigen Veränderlichen, kurz $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$. Wann nennt man die Funktion $\mathbf{f}$ differenzierbar an einer Stelle $\mathbf{x}_o$?

## Anworten:

**1.** $D_1 = 1, D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \alpha \end{vmatrix} = \alpha - 1, D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & \alpha & 5 \\ 3 & 5 & 10 \end{vmatrix} = \alpha - 5$: $D_1 > 0, D_2 > 0$, $D_3 > 0 \;\Rightarrow\; \alpha > 1 \wedge \alpha > 5 \;\Rightarrow\; \alpha > 5$.

**2.** $4\frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta}$.

**3.** $f_{(X,Y)}(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$, $f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(z - \zeta) f_Y(\zeta) d\zeta$.

**4.** Die Funktion $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ heißt differenzierbar an der Stelle $\mathbf{x}_o$, wenn eine Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ existiert und eine Funktion $\varepsilon(\mathbf{h})$ mit $\lim\limits_{\mathbf{h} \to \mathbf{o}} \varepsilon(\mathbf{h}) = \mathbf{o}$, sodaß gilt:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_o + \mathbf{h}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_o) + \mathbf{A}\mathbf{h} + \|\mathbf{h}\| \varepsilon(\mathbf{h}).$$