

Mathematik 2 f. ET (StPI 2000)

11. Dezember 2002

1. Für welche Werte von α ist die quadratische Form

$$Q = x^2 + \alpha y^2 + 10z^2 + 2xy + 6xz + 10yz$$

positiv definit?

2. Sei $z = f(x, y)$. Man rechne den Differentialausdruck

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

auf die Variablen $\xi = x + y$, $\eta = x - y$ um.

3. Sei X eine Zufallsgröße mit der Dichte $f_X(x)$, Y eine von X unabhängige Zufallsgröße mit der Dichte $f_Y(y)$. Was ist die Dichte der zweidimensionalen Zufallsgröße (X, Y) und was ist die Dichte der Zufallsgröße $Z = X + Y$?

4. Sei $y_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $j = 1, 2, \dots, m$, eine Funktion in n unabhängigen und m abhängigen Veränderlichen, kurz $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$. Wann nennt man die Funktion \mathbf{f} differenzierbar an einer Stelle \mathbf{x}_o ?

Anworten:

1. $D_1 = 1, D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \alpha \end{vmatrix} = \alpha - 1, D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & \alpha & 5 \\ 3 & 5 & 10 \end{vmatrix} = \alpha - 5: D_1 > 0, D_2 > 0,$
 $D_3 > 0 \Rightarrow \alpha > 1 \wedge \alpha > 5 \Rightarrow \alpha > 5.$

2. $4 \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta}.$

3. $f_{(X,Y)}(x, y) = f_X(x)f_Y(y), f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(z - \zeta)f_Y(\zeta)d\zeta.$

4. Die Funktion $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ heißt differenzierbar an der Stelle \mathbf{x}_o , wenn eine Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ existiert und eine Funktion $\varepsilon(\mathbf{h})$ mit $\lim_{\mathbf{h} \rightarrow \mathbf{o}} \varepsilon(\mathbf{h}) = \mathbf{o}$, sodaß gilt:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_o + \mathbf{h}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_o) + \mathbf{A}\mathbf{h} + \|\mathbf{h}\|\varepsilon(\mathbf{h}).$$

Mathematik 2 f. ET
(StPI 2000)

19. März 2003

1. Man bestimme den Spektralradius der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 - 7j & 3j & -2j \\ -6j & 1 + 2j & -2j \\ 16j & -6j & 1 + 5j \end{pmatrix}.$$

2. Man löse die Anfangswertaufgabe

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}, \quad y(1) = 1.$$

3. Sei X eine Zufallsgröße mit der Dichte $f_X(x)$, Y eine von X unabhängige Zufallsgröße mit der Dichte $f_Y(y)$. Was ist die Dichte der zweidimensionalen Zufallsgröße (X, Y) und was ist die Dichte der Zufallsgröße $Z = X + Y$?

4. Genau unter welchen Bedingungen ist ein lineares Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{s}$

- (i) für eine konkrete rechte Seite \mathbf{s} lösbar?
- (ii) für jede rechte Seite \mathbf{s} lösbar?
- (iii) höchstens eindeutig lösbar?