

Kennnummer: Matrikelnummer:	Familienname: Vorname:
--------------------------------	---------------------------

1:	Summe:
2:	
3:	Note:
4:	

Bemerkungen:

- 1) **Bitte keine zusätzlichen Blätter abgeben! Diese würden beim Korrigieren nicht berücksichtigt werden.**
- 2) **Unterlagen sind nicht erlaubt.**
- 3) **Taschenrechner mit einzeiligem Display (keine Graphik) sind erlaubt.**
- 4) Bei jedem der vier Beispiele können 10 Punkte erreicht werden.
- 4) Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden.
- 5) Berechnungen und Ergebnisse müssen nachvollziehbar sein. Besser zu viel als zuwenig hinschreiben.

1. a) (6 Punkte) Zeigen Sie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)} = \frac{3}{4}$$

b) (4 Punkte) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und auf absolute Konvergenz

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n^2 \left(\frac{4}{5}\right)^{2n}$$

2. a) (7 Punkte) Bestimmen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - \sin x}{x - \tan x} \right)^2$$

und

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^{\frac{1}{x}} .$$

b) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Konstante A so, dass $y = Axe^{-3x}$ eine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 4y' + 3y = e^{-3x}$$

ist. Dabei sind y' und y'' die erste bzw. die zweite Ableitung der Funktion $y(x)$.

3. a) (5 Punkte) Berechnen Sie

$$\int e^{2x} \sin(e^x) dx .$$

b) (5 Punkte) Untersuchen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\cosh x} dx$$

auf Konvergenz.

4. (10 Punkte) Sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{-x^2}(x - 3)^2.$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung

$$f(x) = \alpha$$

a) keine, b) genau eine, c) genau zwei, d) genau drei, e) genau vier, f) mehr als vier Lösungen ?

Führen Sie dazu eine Kurvendiskussion durch und skizzieren Sie den Graph von f .