

Kennnummer: Matrikelnummer:	Familienname: Vorname:
--------------------------------	---------------------------

1:	Summe:
2:	
3:	Note:
4:	

Bemerkungen:

- 1) **Bitte keine zusätzlichen Blätter abgeben! Diese würden beim Korrigieren nicht berücksichtigt werden.**
- 2) **Unterlagen sind nicht erlaubt.**
- 3) **Taschenrechner mit einzeiligem Display (keine Graphik) sind erlaubt.**
- 4) Bei jedem der vier Beispiele können 10 Punkte erreicht werden.
- 4) Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden.
- 5) Berechnungen und Ergebnisse müssen nachvollziehbar sein. Besser zu viel als zuwenig hinschreiben.

1. (10 Punkte)

Es sei  $f(x) = 2x^2 - x + 1$ .

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graph von  $f$  im Punkt  $(1, f(1))$ .

b) Zeigen Sie, dass jede andere nichtvertikale Gerade durch den Punkt  $(1, f(1))$  den Graph von  $f$  in zwei Punkten schneidet.

c) Sei  $y = t(x)$  die Tangente an den Graph von  $f$  im Punkt  $(1, f(1))$ . Zeigen Sie, dass der Fehler

$$r(x) := f(x) - t(x)$$

für  $x \rightarrow 1$  quadratisch (d.h. proportional zu  $(x-1)^2$ ) gegen Null konvergiert.

d) Bestimmen Sie das Taylorpolynom vom Grad 3 von  $f$  bei Entwicklung um den Punkt  $x_0 = 1$ .

2. (5 Punkte) a) Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \cot x - \frac{1}{x} + \cos^2 x \right).$$

b) (5 Punkte) Es sei  $a > 0$  und

$$f(x) = a^x x^a, \quad g(x) = x^x, \quad x > 0.$$

Gilt  $f(x) > g(x)$  oder  $g(x) > f(x)$  für große Werte von  $x$ ?

3. a) (6 Punkte) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$x^4 + (1 + 2i)x^2 + i - 1 = 0 .$$

b) (4 Punkte) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz bzw. absolute Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left( \frac{\sqrt{n} + 3}{2\sqrt{n}} \right)^{\frac{n}{3}} .$$

4. (10 Punkte) Berechnen Sie das Integral

$$\int_2^3 \frac{dx}{x^3 - 1} .$$