Prüfung Mathematik 1 f. ET

101.132 Blümlinger 28.01.2011

1a (5P): Berechnen Sie:

$\lim_{x\to 0} \cot(x) - \frac{1}{x}$

1b (5P): Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

$1+3+5+7+\ldots+(2n+1)=(n+1)^2$

2 (10P): Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von:

$p(x)=\frac{x}{x^4-x^3-x+1}$

3a (7P): Definieren Sie lokale und globale Extrema und berechnen sie diese von der Funktion:

$f(x)=\sqrt[3]{2x^2+x+1}$

3b (3P): für welche Werte des Parameters a ist die Funktion im Intervall [0,1] monoton steigend:

$f(x)=e^{2x}-a\cdot x$

4 (10P): Finden Sie eine stetige Funktion im Intervall [-1,1], die auf [-1,0) die Stammfunktion von $f(x)=t\cdot\sin(t)$ ist und auf [0,1] die Stammfunktion von $g(x)=t\cdot\sin(t^2)$.

Definieren sie das uneigentliche Riemannintegral.

Lösung

1a:

$$\lim_{x\to 0} \cot(x)-\frac{1}{x}=0$$

2:

$$p(x)=\frac{x}{x^4-x^3-x+1}=\frac{1}{3(x-1)^2}-\frac{1}{3(x^2+x+1)}$$

3a: Lokales und globales Minimum bei

$$x=-\frac{1}{4}$$

3b:

$$a\leq 2$$

4:

Beide Funktionen f(x) und g(x) integrieren und die Integrationskonstanten bestimmen, indem die beiden Funktionen bei t=0 gleichgesetzt werden.

$$F(t)=\sin(t)-t\cdot\cos(t)-\frac{1}{2}+C_1$$

$$G(t)=-\frac{1}{2}\cos(t^2)+C_2$$

$$\textit{gleichsetzen} \quad \textit{bei} \quad t=0:$$

$$F(0)=G(0)$$

$$C_1=-\frac{1}{2}+C_2$$

$$C_2=0$$

$$C_1=-\frac{1}{2}$$

$$H(t)=\begin{cases} \sin(t)-t\cdot\cos(t)-\frac{1}{2} & \textit{für} \quad -1\leq x<0 \\ -\frac{1}{2}\cos(t^2) & \textit{für} \quad 0\leq x<1 \end{cases}$$