

# Prüfung Mathematik 1 f. ET

101.132

Blümlinger 28.01.2011

**1a (5P):** Berechnen Sie:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cot(x) - \frac{1}{x}$$

**1b (5P):** Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

$$1+3+5+7+\dots+(2n+1)=(n+1)^2$$

**2 (10P):** Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von:

$$p(x) = \frac{x}{x^4 - x^3 - x + 1}$$

**3a (7P):** Definieren Sie lokale und globale Extrema und berechnen sie diese von der Funktion:

$$f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + x + 1}$$

**3b (3P):** für welche Werte des Parameters  $a$  ist die Funktion im Intervall  $[0,1]$  monoton steigend:

$$f(x) = e^{2x} - a \cdot x$$

**4 (10P):** Finden Sie eine stetige Funktion im Intervall  $[-1,1]$ , die auf  $[-1,0)$  die Stammfunktion von

$$f(x) = t \cdot \sin(t) \quad \text{ist und auf } [0,1] \text{ die Stammfunktion von } g(x) = t \cdot \sin(t^2) \quad .$$

Definieren sie das uneigentliche Riemannintegral.

# Lösung

1a:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cot(x) - \frac{1}{x} = 0$$

2:

$$p(x) = \frac{x}{x^4 - x^3 - x + 1} = \frac{1}{3(x-1)^2} - \frac{1}{3(x^2 + x + 1)}$$

3a: Lokales und globales Minimum bei

$$x = -\frac{1}{4}$$

3b:

$$a \leq 2$$

4:

Beide Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$  integrieren und die Integrationskonstanten bestimmen, indem die beiden Funktionen bei  $t=0$  gleichgesetzt werden.

$$F(t) = \sin(t) - t \cdot \cos(t) + C_1$$

$$G(t) = -\frac{1}{2} \cos(t^2) + C_2$$

gleichsetzen bei  $t=0$ :

$$F(0) = G(0)$$

$$C_1 = -\frac{1}{2} + C_2$$

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = -\frac{1}{2}$$

$$H(t) = \begin{cases} \sin(t) - t \cdot \cos(t) - \frac{1}{2} & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ -\frac{1}{2} \cos(t^2) & \text{für } 0 \leq x < 1 \end{cases}$$