

Angabe zur Vorlesungsprüfung von Mathematik 1 für ET – Prof. Szmolyan 7.3.2007

1

a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^{n-1} = \frac{n^{n-1}}{(n-1)!}.$$

b) Berechnen Sie den Koeffizienten von $a^3b^9c^7$ in $(a-b-c)^{19}$.

2

Für die folgenden Unterpunkte sei $f(x)$ wie folgt definiert:

$$f(x) = x^3 - x^2 - x - 2.$$

a) Geben Sie alle Nullstellen des Polynoms $f(x)$ an.

b) Berechnen Sie $\frac{1}{f(i)}$ und geben Sie das Ergebnis in der Form $a + ib$ an.

c) Führen Sie eine Partialbruchzerlegung bei $\frac{1}{f(x)}$ durch.

d) Ist folgende Reihe konvergent?

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{f(n)}$$

3

a) Berechnen Sie den Grenzwert von

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right).$$

b) Bestimmen Sie von der Funktion

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$$

Extremwerte, Nullstellen, Asymptoten sowie Unstetigkeitsstellen und deren Typ. Geben Sie den maximalen Definitionsbereich und den Graphen der Funktion an.

4

a) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} - 1}{1 + e^x} dx.$$

b) Die Funktion $g(x)$ sei stetig bei $x = 0$. Zeigen Sie unter Verwendung der Definition der Ableitung, dass die Funktion $f(x) = x \cdot g(x)$ an der Stelle $x = 0$ differenzierbar ist und berechnen Sie $f'(0)$.