

Prüfung aus Mathematik 1 für ET (neuer Studienplan) am 29. 1. 2003
(Prof. Langer)

1. (a) Zeige die folgende Summenformel für $n > 1$ mittels vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+1}{2^{n-1}}$$

- (b) Bestimme alle $z \in \mathbb{C}$, für die $\cos z = j$ gilt.
(c) Ist die Funktion $f(z) = \sinh z$ periodisch ($z \in \mathbb{C}$)? Wenn ja, gib die Periode an.

2. (a) Bestimme Nullstellen, Extrema und Asymptoten der Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

Skizziere die Funktion.

- (b) Wieviele Nullstellen hat die Funktion $g(x) = x^5 - 6x + 1$ im Intervall $[0, 1]$?

3. (a) Berechne die unbestimmten Integrale

$$\int 3t^2 \sin t^3 dt, \quad \text{und} \quad \int \frac{x}{x^2 + 2x + 2} dx$$

- (b) Für welche $a \in \mathbb{R}$ konvergiert das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} e^{ax} dx?$$

4. (a) Beschreibe \mathbb{Q} , die Menge der rationalen Zahlen.

- (b) Geben Sie die Definition des Grenzwertes einer Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Kann eine reelle Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, die *monoton* und *beschränkt* ist, mehr als einen Häufungspunkt haben?

- (c) Formuliere den Mittelwertsatz der Differentialrechnung.

- (d) Geben Sie die Definition des Begriffes *Stammfunktion* einer stetigen Funktion. Ist die Stammfunktion eindeutig?