

# Mathematik 1 f. ET

(StPI 2000)

19. März 2003

1. Man berechne den Hauptwert von

$$z = \arcsin(\cosh x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

2. Man berechne

$$I = \int_0^1 \frac{x}{x^4 + 1} dx$$

3. Was besagt der „allgemeine Zwischenwertsatz“?

4. Was ist eine Halbordnung auf einer Menge  $M$ ?

## Anworten:

1.  $z = -j \ln(j \cosh x + \sqrt{1 - \cosh^2 x}) = -j \ln(j \cosh x + j |\sinh x|) = -j \ln(j \cosh |x| + j \sinh |x|) = -j \ln(j e^{|x|}) = -j(\ln e^{|x|} + j \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - j|x|.$

2. Substituiere  $z = x^2$ :  $\int_0^1 \frac{x}{x^4+1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{1}{z^2+1} dz = \frac{1}{2} \arctan z \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}.$

3. Ist  $I \subseteq \mathbb{R}$  ein Intervall und ist die Funktion  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  stetig auf  $I$ , so ist  $J = f(I)$  ein Intervall.

4. Eine Relation  $R \subseteq M \times M$  heißt eine Halbordnung auf der Menge  $M$ , wenn sie reflexiv ( $\forall x \in M \Rightarrow (x, x) \in R$ ), antisymmetrisch ( $((x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow x = y)$ ) und transitiv ( $((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R)$ ) ist.