

# Mathematik 1 f. ET

(StPl 2000)

2. Oktober 2002

1. Man bestimme den Hauptteil der rationalen Funktion

$$r(x) = \frac{4}{(x-1)^2(x^5+2x+1)}$$

zur Nullstelle  $x_0 = 1$  des Nenners.

2. Man berechne

$$I = \int_0^{\infty} \frac{x}{(x^2+2)^2} dx.$$

3. Man formuliere den Fixpunktsatz von BANACH.

4. Was ist eine „Halbordnung“?

## Anworten:

1.  $H(x, 1) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{7}{x-1}.$

2. Substituiere  $x^2 + 2 = y \Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_2^{\infty} \frac{dy}{y^2} = \frac{1}{4}.$

3. Es sei  $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$  auf  $[a, b]$  Lipschitz-stetig mit einer Lipschitz-Konstanten  $L < 1$ . Dann hat  $f$  in  $[a, b]$  genau einen Fixpunkt. Für  $x_0 \in [a, b]$  konvergiert die durch Iteration  $x_n = f(x_{n-1})$  gegebene Folge  $(x_n)$  gegen diesen Fixpunkt.

4. Eine Relation  $R \subseteq A \times A$  heißt eine Halbordnung in der Menge  $A$ , wenn sie reflexiv ( $\forall a \in A \Rightarrow (a, a) \in R$ ), antisymmetrisch ( $((a, b) \in R$  und  $(b, a) \in R \Rightarrow a = b$ ) und transitiv ( $((a, b) \in R$  und  $(b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ ) ist.