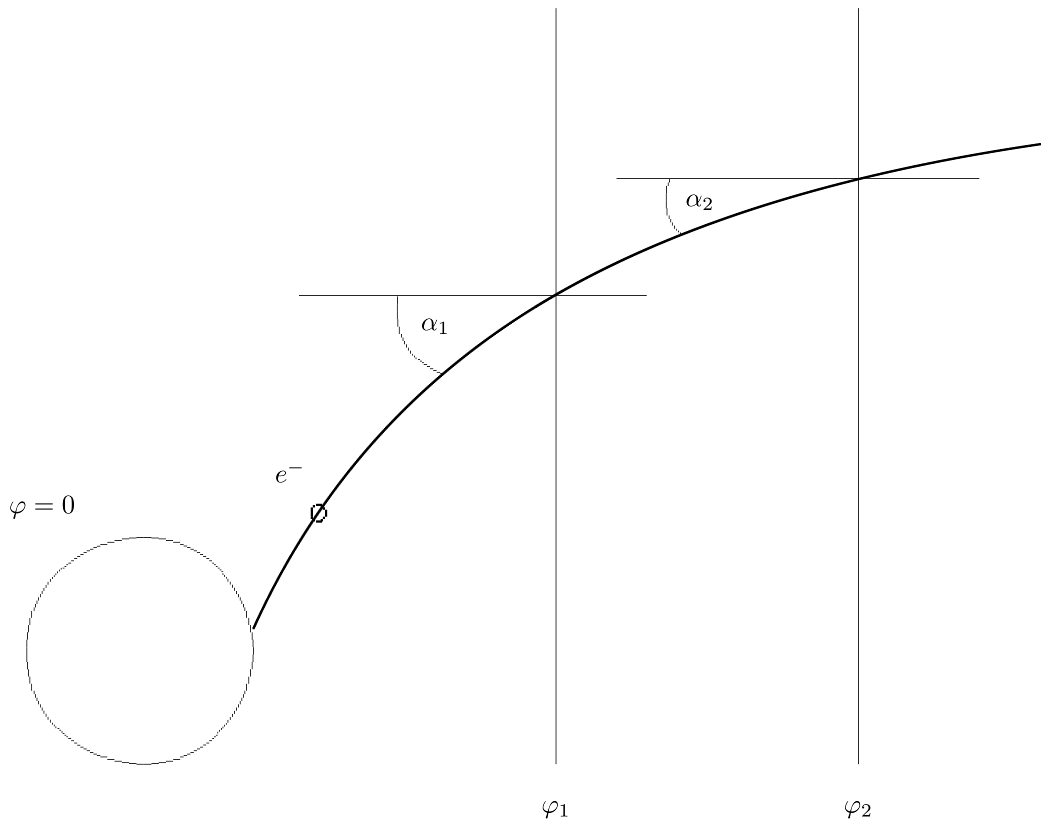
Ein Elektron wird mit vernachlässigbarer Geschwindigkeit von einer Quelle emittiert, die das relative Potential $\varphi = 0V$ besitzt. Das Elektron tritt unter dem Winkel α_1 durch die senkrechte Potentialfläche φ_1 und unter dem Winkel α_2 durch die Potentialfläche φ_2 (parallel zu φ_1). Wobei gilt: $0V < \varphi_1 < \varphi_2$.

Wie ist folgendes Verhältnis beschrieben:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$



Lösung[1]

Die kinetische Energie des Elektrons beim Durchstoßen der Potentialflächen erhält man aus der Potentialdifferenz:

$$E_{K1} = e \cdot \varphi_1 \tag{1}$$
$$E_{K2} = e \cdot \varphi_2 \tag{2}$$

Aus (1) und (2) ergeben sich mithilfe der Energieerhaltung die Geschwindigkeiten beim Durchschreiten der Potentialflächen:

$$e \cdot \varphi_1 = \frac{m_e \cdot {v_1}^2}{2} \Longrightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \varphi_1}{m_e}} \tag{3}$$
$$e \cdot \varphi_2 = \frac{m_e \cdot {v_2}^2}{2} \Longrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \varphi_2}{m_e}} \tag{4}$$

Nach dem Durchtritt durch φ_1 befindet sich das Elektron, aufgrund der parallelen Potentialflächen in einem homogenen Feld. Das bedeutet dass es lediglich **in Normalrichtung** (zu den Potentialfächen) beschleunigt wird.

Die Tangentialkomponente der Geschwindigkeit bleibt somit gleich. Wie in Abbildung 1 zu erkennen ist, ergibt sich diese aus der Multiplikation von Geschwindigkeit und Sinus des Winkels.

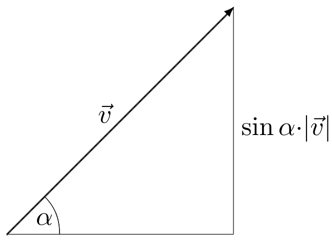


Abbildung 1: Tangentialkomponente von v

Man erhält aus (3), (4) und der Beziehung $v_t = \sin\alpha \cdot v$ folgende Gleichungen:

$$v_t = \sin\alpha_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \varphi_1}{m_e}} \tag{5}$$
$$v_t = \sin\alpha_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \varphi_2}{m_e}} \tag{6}$$

Dividiert man nun (5) durch (6) so ergibt sich:

$$1 = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} \cdot \sqrt{\frac{\varphi_1}{\varphi_2}} \tag{7}$$

Somit ist die Lösung:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \sqrt{\frac{\varphi_2}{\varphi_1}} \tag{8}$$

[1] ohne Gewähr ;)