

$$7) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{29}{13} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rang } 4$$

8) Permutation  $\sigma(1)=2$      $\sigma(4)=1$   
 $\sigma(2)=5$      $\sigma(5)=4$   
 $\sigma(3)=3$

$\sigma(1)$	1	2	2	2	2	2
$\sigma(2)$	2	1	1	3	3	5
$\sigma(3)$	3	3	3	1	5	3
$\sigma(4)$	4	4	5	5	1	1
$\sigma(5)$	5	5	4	4	4	4

$\rightarrow$  5 Vertauschungsschritte

9)  $S_2$ :  $\sigma(1)=1$      $\tau(1)=2$   
 $\sigma(2)=2$      $\tau(2)=1$

$$\sigma \circ \tau = \sigma(\tau(1))\sigma(\tau(2)) = \sigma(2)\sigma(1) = \underline{\underline{21}}$$

$$\tau \circ \sigma = \tau(\sigma(1))\tau(\sigma(2)) = \tau(1)\tau(2) = \underline{\underline{21}} \Rightarrow \text{kommutativ}$$

$S_3$ :  $\sigma(1)=1$      $\tau(1)=2$   
 $\sigma(2)=2$      $\tau(2)=1$   
 $\sigma(3)=3$      $\tau(3)=3$

$$\sigma \circ \tau = \sigma(\tau(1))\sigma(\tau(2))\sigma(\tau(3)) = \sigma(2)\sigma(1)\sigma(3) = \underline{\underline{231}}$$

$$\tau \circ \sigma = \tau(\sigma(1))\tau(\sigma(2))\tau(\sigma(3)) = \underline{\underline{312}} \Rightarrow \text{nicht kommutativ}$$

$\sigma(\tau(x))$  ... nehme das  $x$ -Element aus  $\tau$ , von  $\sigma$  nehme ich jenes Element, das der "Rückgabewert" von  $\tau(x)$  ist

$S_3$  ist die einfachste nicht-kommutative Gruppe

10)

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & -5 & 0 & -15 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{3+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & -15 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-5)1 + 4 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-15) \cdot 2 - [2 \cdot 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-15) \cdot 3 + 4 \cdot 2 \cdot 1] = \underline{\underline{25}}$$

11)

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 8 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{25}{18} \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot 9 \cdot \frac{25}{18} = \underline{\underline{25}}$$